**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**

# ZAVRŠNI RAD

Mentor:
**doc. dr. sc. Goran Đukić** **Božidar Piljek**

**ZAGREB, 2008.**

# SADRŽAJ

## IZJAVA

Izjavljujem pod moralnom, materijalnom i krivičnom odgovornošću da sam završni rad radio samostalno koristeći literaturu koju mi je dao mentor te koristeći literaturu koju sam i sam pronašao.

Prilikom izrade završnog projekta koristio sam znanja i iskustva stečena tijekom studija.

Božidar Piljek

## ZAHVALA

Zahvaljujem svima profesorima koji su mi tokom moga studija omogućili stjecanje znanja potrebnog za izradu završnog rada.
Najviše zahvaljujem doc. dr. sc.Goranu Đukiću, cijenjenom mentoru na davanju sadržajnih sugestija tokom izrade ovog rada.
Zahvaljujem se g. Alojzu Staniću iz poduzeća UNIS Trgovina d.o.o. na ustupljenim materijalima, korištenima u izradi rada.

| Oznaka | Naziv | Mjerna jedinica |
|---|---|---|
| M | Masa | kg |
| Q,C | Kapacitet | kg, $m^3$ |
| T | Vrijeme | h |
| L | Udaljenost | km |
| V | Volumen | $m^3$ |

# SAŽETAK

U ovom radu prikazana je uloga transporta u logistici. Transport se može promatrati na više načina. U ovom radu prikazana je operativna razina transporta. Na toj razini transporta određuju se optimalne rute za flotu vozila. U literaturi se operativna razina transporta susreće pod nazivom problema usmjeravanja vozila.

U radu je objašnjen problem usmjeravanja vozila, sa pripadajućim podproblemima. U drugom dijelu rada je, sa dva najčešće korištena algoritma u usmjeravanju vozila, riješen transportni problem distribucijskog poduzeća UNIS Trgovina d.o.o.

# 1. UVOD

U suvremenom društvu, gdje vrijeme predstavlja novac, povećanjem brzine odvijanja pojedinih društvenih djelatnosti, moguće su znatne uštede. Transport kao jedna od najvažnijih društvenih djelatnosti, prisutna je u svakodnevnom životu u različitim oblicima. S obzirom da je u logistici transport aktivnost s najvećim udjelom u logističkim troškovima, jasno je da mu se treba pristupiti s posebnom pažnjom i težnjom za njegovim optimiranjem. No to i nije toliko jednostavno. U praksi imamo vrlo često veći broj, čak i različitih vozila, kao i različite rute transportiranja. Brojna su i realna ograničenja: prostorna, vremenska, kapacitativna i dr. Stoga su potrebne i adekvatne metode i modeli rješavanja.

Transport se može promatrati na tri razine: strateškoj, taktičkoj i operativnoj razini. Na strateškoj razini se donosi odluka o smještaju skladišta u prostoru. Odabir grupe vozila se donosi na taktičkoj razini. Na operativnoj razini odabiremo optimalne rute za odabrana vozila na taktičkoj razini i na temelju smještaju skladišta na strateškoj razini.

U ovom radu obrađuje se samo problem operativne razine. Iako su sve tri razine vrlo povezane i ovisne jedna o drugoj.

Problem određivanja optimalnih ruta za grupu vozila u literaturi je opisan kao problem usmjeravanja vozila (**Vehicle Routing Problem**- VRP). Za te probleme postoje razvijeni matematički modeli i algoritmi rješavanja. No s porastom broja vozila vrijeme traženja optimalnih ruta eksponencijalno raste s povećanjem broja vozila. Stoga se u praksi za određivanje rute koriste heuristički algoritmi. Iako oni u velikom broju slučajeva ne rezultiraju optimalnim rješenjima, za praksu su vrlo primjenjivi zbog svoje jednostavnosti, a dobivena rješenja su često vrlo blizu optimalnim i samim time prihvatljiva.

U prvom dijelu rada opisan je VRP i osnovne podgrupe problema, te dva najčešće korištena heuristička algoritma. U drugom dijelu rada prikazana je primjena VRP-a na stvarnom transportnom problemu u poduzeću UNIS Trgovina d.o.o.  UNIS Trgovina d.o.o. je poduzeće koje se bavi transportom na području Hrvatske. Između ostalog sa različitim dostavnim vozilima distribuiraju robu na području sjeverozapadne Hrvatske i šire okolice Zagreba. Za prosječne narudžbe poduzeća u radu se generiraju rute vozila primjenjujući opisane heurističke algoritme rješavanja.

## 2. DEFINICIJA I OPIS PROBLEMA USMJERAVANJA VOZILA

Problem usmjeravanja vozila (eng. *vehicle routing problem, VRP*[1])je općenito ime za cijeli skup problema u kojima je potrebno odrediti skup ruta flote vozila koja su smještena na jednom ili više polazišta za posjećivanje određenog broja geografski disperziranih lokacija (gradova, korisnika,...) u svrhu dostave i sakupljanja robe ili usluga. Cilj rješavanja je pronaći rute s minimalnim troškovima (udaljenosti, vrijeme, broj vozila,....), uz zadani skup ograničenja.

Prvi put na ovaj prometni problem nailazimo u 1959. godini, pri čemu je povod bio unapređenje organizacije dostave goriva nekoliko benzinskih crpki. Predložen od Dantziga i Ramsera 1959., VRP je postao važan problem u području prijevoza, distribucije i logistike. Dantzig i Ramser su razvijali i predložili matematičku intrepretaciju i algoritam za rješavanje VRP-a. Kasnije su, točnije 1964. g., Clark i Wright predložili poboljšanje Dantzig-Ramserove metode preko konstrukcije ruta, koristeći heuristička rješenja koja koriste "pohlepne" algoritme. Model Clarka i Wrighta se koristi i danas zbog svoje jednostvanosti i univerzalnosti. Krajem šezdesetih godina uvedeni su 2OPT i 3OPT mehanizmi poboljšanja ruta.

Sedamdesetih godina uveden je koncept dvoprolaznih algoritama, te sama brzina izvođenja algoritma postaje sve značajnija. Veličine problema koji se rješavaju bitno rastu, tako da su riješeni i neki problemi od 1000 korisnika. U tom desetljeću od 1970. do 1980. neki od problema od 25 do 30 korisnika rješeni se optimalno.

Osamdesetih godina dvadesetog stoljeća započinje brzi razvoj egzaktnog rješavanja problema koji se temelji na linearnom programiranju. Osim egzaktnog predlažu se i razvijaju i drugi pristupi rješavanja problema usmjeravanja vozila zasnovani na iskustvu. Optimalno su rješeni neki problemi i sa 50 korisnika.

Na osnovu mnogo novo uvedenih, međusobno bitno različitih metoda, tijekom devedesetih godina formira se na općem nivou rješavanja optimizacijsko kombinatoričkih problema novi koncept, metaheuristika. Problemi usmjeravanja vozila koji se optimalno rješavaju devedesetih dosežu veličinom i do 100 korisnika.

Primjenom današnjih znanja i tehnologije moguće je riješiti VRP gdje imamo manje od 50 korisnika. Treba naglasiti da se mogu riješiti samo pojedini slučajevi takovih problem, što

[1] U literaturi na hrvatskom jeziku koristi se eng. kratica VRP, pa će se tako radi pojednostavljenja biti i u ovom radu

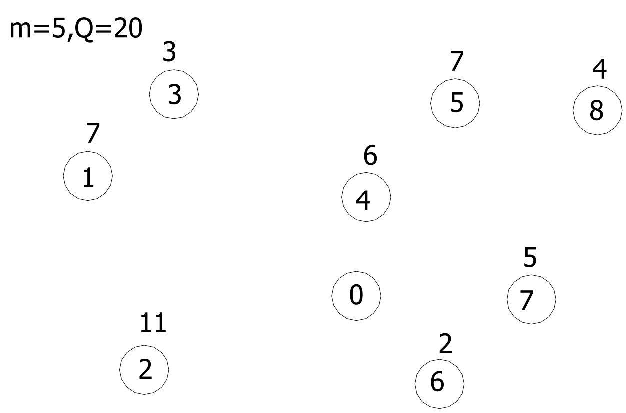
dovoljno govori o njihovoj kompleksnosti . Današnji problemi nekih poduzeća imaju mnogo više od 50 korsinika, te se do optimalnog rješenja dolazi nakon dugog rješavanja. Za takve probleme prihvatljiva su neka rješenja koja su dovoljno optimalna, a do kojih smo došli u prihvatljivo realnom vremenu.

Primjenom nekih od metoda za rješavanje VRP-a, znatno se samnjuju troškovi transporta. Matematički prikazi jednostavnijih problema su složeni i često nepregledni. Da bi olakšali prikaz VRP-a koristimo poznata znanja iz teorije grafova.

Grafovi su crteži koji se sastoje od točaka (vrhova), od kojih su neke spojene linijama (bridovima). Osim u matematici, primjenu teorije grafova možemo naći u kemiji, računalnim mrežama, transportnim mrežama, komunikacijskim mrežama, električnim mrežama, financijskom planiranju, sociologiji, teoriji igara, teoriji odlučivanja i dr..

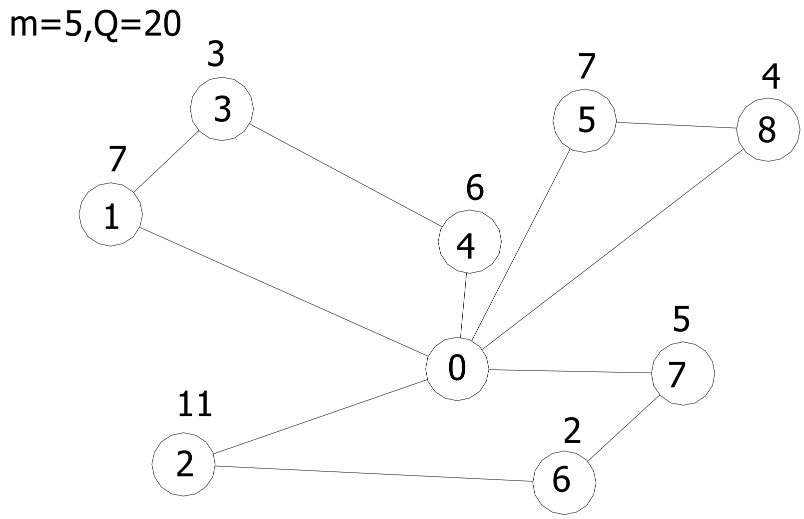
U grafovima koji se koriste u VRP-u, vrhovi prikazuju korisnike, a bridovi(lukovi) skup prometnica između njih. Dodavanjem težina na bridove dobivamo definirani VRP. Težine mogu označavati geometrijske udaljenosti, vrijeme vožnje prijevoznog sredstva ili cijenu cjelokupnog puta između dva korisnika. Bridovi mogu biti jednosmjerni i dvosmjerni, ovisno o stvarnoj prometnici. Problem se komplicira kad trebamo uzeti u obzir postojanje više mogućih skladišta ili više različitih tipova prijevoznih sredstava. Razmatranjem različitih ograničenja dobivamo različite podprobleme VRP-a.

Na slici 1. je prikazan graf za manju transportnu mrežu.




Slika 1. Graf za manju transportnu mrežu

Na slici 2. je prikazano rješenje manje transportne mreže




Slika 2. Rješenje manje transportne mreže

### 2.1. Podproblemi VRP-a

Kao što je već rečeno, postoji više podproblema VRP-a.

Najznačajniji i najzastupljeniji su:

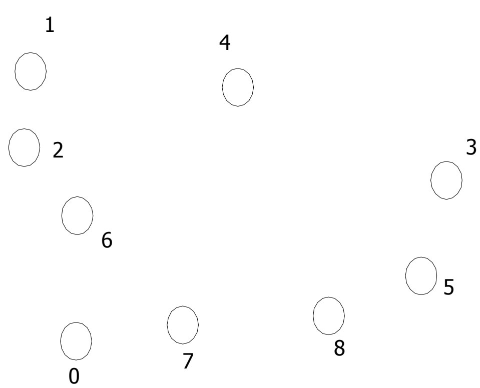
- TSP- traveling salesman problem, problem trgovačkog putnika
- Problem usmjeravanja vozila s ograničenjima kapaciteta (Capacitated Vehicle Routing Problem-CVRP)
- Problem usmjeravanja vozila s vremenskim ograničenjima (Vehicle Routing Problem with Time Windows-VRPTW)
- Problem usmjeravanja vozila s dostavom i prikupljanjem (Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery-VRPPD)
- Problem usmjeravanja vozila s dostavom i povratnim prikupljanjem (Vehicle Routing Problem with Backhauls-VRPB)
- Problem usmjeravanja vozila s ograničenjem duljine rute (Distance-constraint Vehicle Routing Problem-DVRP, DCVRP)
- Problem usmjeravanja vozila s više polazišta (Multiple Depot Vehicle Routing Problem-MDVRP)

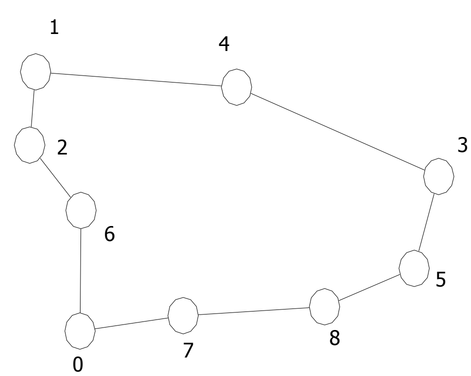
U nastavku rada prikazati će se: problem trgovačkog putnika, problem usmjeravanja vozila s ograničenjima kapaciteta, problem usmjeravanja vozila s vremenskim ograničenjima, problem usmjeravanja vozila s dostavom i prikupljanjem, problem usmjeravanja vozila s dostavom i povratnim prikupljanjem, te problem usmjeravanja vozila s ograničenjima duljina ruta.

### 2.1.1. Problem trgovačkog putnika-TSP

Problem trgovačkog putnika (*traveling salesman problem*)-TSP[2] , najjednostavniji je oblik VRP-a, pri čemu je jedino ograničenje da postoji samo jedno vozilo. Zadaća je pronalaženje optimalne rute kroz skup lokacija, na način da se svaka lokacija posjeti jedanput i isključivo jedanput, te se vrati u početnu lokaciju. Izrečeno terminom teorije grafova, neka je $V$ skup od $n$+1 vrhova $V$={0,1,2,…,$n$}, problem je pronaći rutu koji počinje i završava u vrhu 0, a prolazi svim vrhovima od 1 do $n$ točno jedanput, a takva da je ukupna udaljenost minimalna.

Problem trgovačkog putnika je zapravo pronalaženje Hamiltonovog ciklusa minimalne duljine. Da bi graf uopće imao rješenje problema trgovačkog putnika, mora imati barem jedan Hamiltonov ciklus, odnosno mora biti Hamiltonov graf. Hamiltonov ciklus je ciklus u neusmjerenom grafu koji prolazi kroz sve vrhove grafa isključivo jedanput, osim vrha koji je početni i krajnji vrh ciklusa. Graf koji sadrži Hamiltonov ciklus naziva se Hamiltonov graf.
Na slikama 3. i 4. prikazan je primjer sa rješenjem TSP-a.




Slika 3. Primjer problema TSP-a Slika 4. Rješenje zadanog primjera TSP-a

[2] U literaturi na hrvatskom jeziku koristi se eng. kratica TSP, pa će se tako radi pojednostavljenja biti i u ovom radu

Za pronalaženje rješenja problema potrebna je odgovarajuća metoda odnosno algoritam, koji se ovisno o načinu pronalaska rješenja dijele na egzaktne metode, heurističke algoritme i metaheurističke algoritme. Egzaktne metode garantiraju optimalno rješenje, no nažalost ograničene su u praktičnoj primjeni na probleme s manjim brojem vrhova (korisnika) zbog kompleksnosti samog problema. Rješenje se pronalazi iz niza mogućih rješenja, kojih ima V!, gdje je V predstavlja broj vrhova-korisnika. Iz toga jednostavno dolazimo do zaključka da i uz pomoć suvremenih računala računanje optimalne rute od npr. 30 korisnika trajalo bi predugo.Za gore spomenuti primjer bilo bi moguće 30! mogućih ruta, odnosno bilo bi ih $2{,}6525 \cdot 10^{32}$. Zbog tih problema koriste se pravila za smanjivanje broja rješenja koja se ispituju.

Najčešće se primjenjuju algoritmi metoda grananja i ograničavanja (branch and bound) te grananja i rezanja (branch and cut) koji su bazirani na problemu cjelobrojnog linearnog modela. Kako je već napomenuto egzaktne metode daju optimalno rješenje, ali u neprihvatljivom vremenu, zbog toga se često koriste metode koje ne daju optimalno rješenje, ali ga daju dovoljno blizu optimalnom u stvarnom vremenu. Za to se koriste konstrukcijski heuristički algoritmi za generiranje rješenja, algoritmi lokalnog pretraživanja te metaheuristički algoritmi za poboljšanje inicijalno generiranih rješenja.

#### 2.1.1.1. Heuristički algoritmi rješavanja TSP-a

Heuristički algoritmi za rješavanje TSP-a su konstruktivni algoritmi koji nastoje relativno jednostavno i brzo pronaći rješenje koje je dovoljno dobro u realno kratkom vremenu.

U nastavku su nabrojani neki osnovni heuristički algoritmi : algoritam najbližeg susjeda, pohlepna heuristika, algoritam umetanja najbližeg, algoritam umetanja najudaljenijeg, algoritam umetanja najjeftinijeg, Clarke i Wright algoritam ušteda te algoritam Christofidesa.

*Algoritam najbližeg susjeda*

Algoritam najbližeg susjeda temelji se na pohlepnom dodavanju najbližeg vrha već dodanim vrhovima u ruti. Algoritam se može riječima opisati u tri koraka:

Korak 1: Odaberi vrh 0 za početni vrh,

Korak 2: Odredi iz skupa nedodanih vrhova onaj koji je najbliži posljednjem dodanom vrhu i uključi ga u rutu,

Korak 3: Ponavljaj korak 2 sve dok svi vrhovi nisu u ruti. Tada spoji prvi i zadnji vrh.

*Pohlepna heuristika*

Ovom heuristikom promatra se potpuni graf s $n$ vrhova i bridovima duljine $c_{ij}$ između svaka dva para vrhova $i$ i $j$. Ruta putujućeg trgovca u takvom je grafu Hamiltonov ciklus u kojem je stupanj svih vrhova 2. Dobivanje rute je u koracima, dodavanjem bridova krenuvši od najmanjeg. Pritom se izostavlja brid koji je već u ruti, koji bi zatvorio Hamiltonov ciklus s manje od $n$ vrhova ili bi stvorio vrh trećeg stupnja.

*Algoritam umetanja najbližega*

Algoritam umetanja najbližeg je jedan od algoritama umetanja kod kojih se u trenutnu rutu umeće jedan od preostalih vrhova prema određenom kriteriju. U ovom slučaju to je najbliži vrh trenutnoj ruti. Algoritam se može riječima opisati u pet koraka:

Korak 1: Odaberi vrh 0 za početni vrh,

Korak 2: Pronađi vrh $k$ takav da je $c_{0k}$ minimalno (vrh najbliži početnom) i formiraj trenutnu rutu $(0,k,0)$,

Korak 3: Nađi vrh $h$ koji nije u trenutnoj ruti, a najbliži je nekom čvoru u trenutnoj ruti (korak odabira vrha),

Korak 4: Nađi brid $(i,j)$ u trenutnoj ruti koja minimizira $c_{ih}+c_{hj}-c_{ij}$. Umetni vrh $h$ između $i$ i $j$ (korak umetanja vrha),

Korak 5: Ponavljaj korak 3 sve dok svi vrhovi nisu u ruti.

*Algoritam umetanja najudaljenijeg*

Algoritam umetanja najudaljenijeg je algoritam umetanja, pri čemu je kriterij za odabir vrha koji se dodaje trenutnoj ruti najveća udaljenost od nekog vrha trenutne rute.
Algoritam je opisan u pet koraka:

Korak 1: Odaberi vrh 0 za početni vrh,

Korak 2: Pronađi vrh $k$ takav da je $c_{0k}$ maksimalno (vrh najdalji početnom) i formiraj trenutnu rutu (0,$k$,0),

Korak 3: Nađi vrh $h$ koji nije u trenutnoj ruti, a najudaljeniji je od nekog čvora u trenutnoj ruti (korak odabira vrha),

Korak 4: Nađi brid $(i,j)$ u trenutnoj ruti koja minimizira $c_{ih}+c_{hj}-c_{ij}$. Umetni vrh $h$ između $i$ i $j$ (korak umetanja vrha),

Korak 5: Ponavljaj korak 3 sve dok svi vrhovi nisu u ruti.

*Algoritam umetanja najjeftinijeg*

Algoritam umetanja najjeftinijeg je algoritam sličan algoritmu umetanja najbližeg, jedino što se za umetanje ne odabire vrh koji je najbliži nekom već dodanom, već onaj za koji je trošak umetanja minimalan.
Algoritam se može opisati u koracima:

Korak 1: Počni s vrhom 0 kao početkom rute,

Korak 2: Pronađi vrh $k$ takav da je $c_{0k}$ minimalno (vrh najbliži početnom) i formiraj trenutnu rutu (0,$k$,0),

Korak 3: Nađi brid $(i,j)$ u trenutnoj ruti takav da je $c_{ih}+c_{hj}-c_{ij}$ minimalno. Umetni vrh $h$ između $i$ i $j$ (korak umetanja vrha),

Korak 4: Ponavljaj korak 3 sve dok svi vrhovi nisu u ruti.

*Clarke i Wright algoritam ušteda*

Clarke i Wright algoritam ušteda je heuristički algoritam generiranja rute putujućeg trgovca koji se temelji na općenitijem algoritmu ušteda Clarka i Wrighta za rješavanje problema usmjeravanja vozila (VRP). Općenito se može reći da se generira $n$ ruta od početnog vrha do svih vrhova, te se zatim dodaju prečaci na temelju maksimalnih ušteda.

Algoritam se može opisati na slijedeći način:

Korak 1: Generiraj rute $(0,i,0)$ za $i=1,\ldots,n$

Korak 2: Izračunaj uštede $s_{ij}=c_{0i} + c_{0j} - c_{ij}$ za $i,j=1,\ldots, n, i \neq j$

Korak 3: Poredaj uštede od najveće do najmanje,

Korak 4: Počevši od najveće uštede, formiraj veće rute dodavanjem rute $(i,j)$ i brisanjem ruta $(i,0)$ i $(0,j)$, ukoliko je ta nova ruta moguća,

Korak 5. Ponavljaj korak 4 sve dok potpuna ruta nije formirana.

*Algoritam Christofidesa*

Algoritam Christofidesa je heuristički algoritam za rješavanje problema trgovačkog putnika u potpunom grafu s trokutnom nejednakosti. Trokutna nejednakost se u problemu putujućeg trgovca može pokazati: za bilo koja tri vrha ($i$, $j$ i $k$) vrijedi da je udaljenost $c_{ij} <= c_{ik} + c_{jk}$. Algoritam se temelji na određenju minimalnog razapinjajućeg stabla, te formiranjem Eulerovog grafa sparivanjem neparnih vrhova tog stabla minimalne ukupne težine. Minimalno razapinjajuće stablo je razapinjajuće stablo u težinskom grafu, takvo da je težina stabla minimalna, a Eulerov graf je graf kod kojeg postoji Eulerov ciklus. Ruta putujućeg trgovca algoritmom Christofidesa dobije se transformiranjem Eulerovog ciklusa korištenjem prečaca. Eulerov ciklus u neusmjerenom grafu je ciklus koji koristi svaki brid grafa isključivo jedanput. Zbog toga se Christofidesov algoritam naziva i heuristika savršenog sparivanja.

Algoritam je slijedeći:

Korak 1: Pronađi minimalno razapinjajuće stablo $T$,

Korak 2: Pronađi savršeno sparivanje $M$ između neparnih vrhova stabla $T$,

Korak 3: Pronađi Eulerov ciklus u $M$ U $T$,

Korak 4: Transformiraj Eulerov ciklus u TSP rutu izbjegavajući već posjećene vrhove korištenjem prečaca.

#### 2.1.1.2. Metaheuristički algoritmi

Za rješavanje TSP-a metaheurističkim pristupom najčešće se upotrebljavaju sljedeće metode: iterativna lokalna pretraga ILS (Iterated Local Search), simulirano kaljenje SA (SimulatedAnnealing), determinističko kaljenje DA (Deterministic Annealing), tabu pretraga TS (Tabu Search), genetički algoritmi GA (Genetic Algorithm), kolonije mrava AC (Ant Colony) i neuronske mreže NN (Neural Networks).

Algoritmi SA, DA i TS kreću od nekog početnog rješenja $X_i$ i u svakoj novoj iteraciji pronalaze novo rješenje $X_{i+1}$ u susjedstvu rješenja $X_i$. Ove metode mogu prilikom iteriranja prihvatiti i ona rješenja koja su lošija od trenutnih i na taj način zaobilaziti probleme lokalnih optimuma. Za ove algoritme je potrebno osigurati mehanizam izbjegavanja kruženja između lokalnih optimuma. Za razliku od njih, metode TS, GA i AC bilježe informacije pri procesu pretrage i koriste ih za poboljšanje rješenja problema.

*Tabu pretraga*

Tabu pretraga, TS *(Tabu Search)* je metoda lokalne pretrage kod kombinatoričke optimizacije koja pokazuje vrlo dobre rezultate pri rješavanje problema usmjeravanja vozila. Česta uporaba ove metode rezultirala je s preko 10 uspješnih varijacija osnovne ideje. Pristup TS-a temelji se na sprječavanju kruženja između lokalnih optimuma uvođenjem memorijske strukture koja zabranjuje ili kažnjava pomake prema rješenjima koji su označeni kao "tabu pomaci", a vode ka već pronađenim lokalnim optimumima. Ostvarenje ove ideje u doslovnom smislu zahtijevalo bi memoriju vrlo velikog kapaciteta u kojoj bi se bilježili nedozvoljeni pomaci, pa algoritmi često rješavaju taj problem koristeći mehanizam kratkotrajne memorije.

*Genetički algoritmi*

Genetički algoritam GA, *(Genetic Algorithm)* je tehnika globalne pretrage koja rješava probleme oponašajući evolucijske procese u prirodi. GA ima vrlo široke mogućnosti upotrebe, posebice za rješavanje problema koji se teško definiraju. GA razvija populaciju grupe bitova ili kromosoma, u kojoj svaki kromosom predstavlja jedno od rješenja problema.

Sama evolucija populacije odvija se primjenom operatora koji oponašaju fenomene operacija nad genima.

*Neuronske mreže*

Neuronske mreže predstavljanju model koji je sastavljen od procesnih jedinica- neurona, koji su međusobno povezani težinskim vezama (sinapsama), poput neurona u ljudskom mozgu. Signal koji se šalje vezom od jedne jedinke ka drugoj dodatno se modulira razmjerno pridijeljenoj težini pojedine veze koja prenosi signal. Pokazalo se da neuronske mreže mogu učiti na temelju primjera i «donositi» opće koncepte postupkom ugađanja težina veza.
Primjena rada neuronskih mreža na rješavanje TSP-a prvenstveno je vezana za geometrijska svojstva TSP-a nad kojim se koristi model.

### 2.1.2. Problem usmjeravanja vozila s ograničenjima kapaciteta

CVRP[3] (eng.*capacitated vehicle routing problem*) je glavni i najzastupljeniji problem VRP-a. Svako vozilo koje koristimo za transport ima ograničeni kapacitet tereta. Svaki od korisnika na ruti ima svoj kapacitet koji mu moramo dostaviti ili od njega pokupiti. U ovom problemu svi su korisnici i njihovi zahtjevi unaprijed poznati, vozila su identična, a zajednička polazna točka im je u glavnom skladištu.
Funkcija cilja izražava zahtjev za minimiziranjem ukupnog troška transporta pri posluživanju svih korisnika.

CVRP se može opisati u teoriji grafova kao problem koji glasi, neka je:

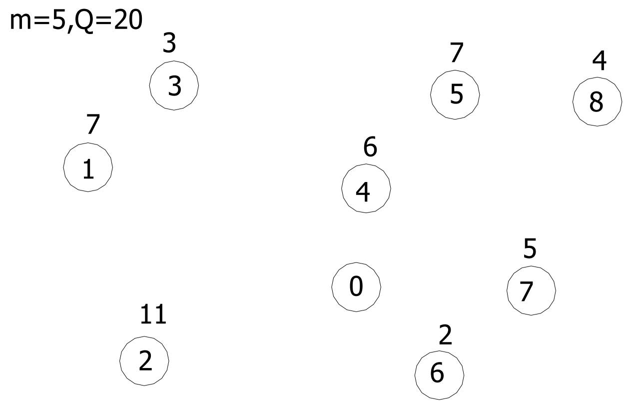
$G=(V,A)$ potpuni graf, $V= \{0,...,n\}$ skup vrhova i $A$ skup bridova. Vrhovi $i=1, ... ,n$ predstavljaju korisnike. Vrh $0$ predstavlja centralno skladište.

*Primjer jednog jednostavnijeg CVRP-a*

U ovom primjeru 0 simbolizira centralno skladište, a od 1 do 8 su lokacije korisnika koje treba posjetiti. Brojčane vrijednosti iznad lokacija predstavljaju zahtjeve korisnika za robom koja se transportira.

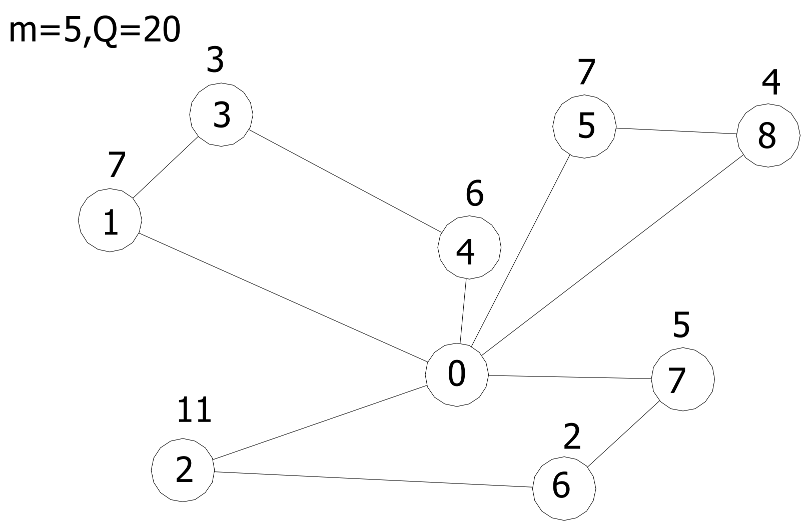
[3] U literaturi na hrvatskom jeziku koristi se eng. kratica CVRP, pa će se tako radi pojednostavljenja biti i u ovom radu

Na slici 5. je prikazan primjer CVRP-a.




Slika 5. Primjer CVRP-a

Na slici 6. je prikazano rješenje zadanog primjera CVRP-a:




Slika 6. Rješenje primjera CVRP-a

Rješavanje problema predstavlja određivanje N ruta, svaka ruta je povezana samo s jednim vozilom, gdje ukupan trošak ruta treba biti minimalan. Ukupan trošak dobiva se kao suma cijena na svakom bridu koji pripada ruti.

Rješenje treba zadovoljavati sljedeće uvjete:

-svaka ruta treba započeti i završiti u centralnom skladištu,

-svaki korisnik sudjeluje u samo jednoj ruti,

-suma zahtjeva korisnika za terteom koji su poslužuje u jednoj ruti ne smije biti veći od kapaciteta vozila.

Problem CVRP-a matematički se može zapisati na sljedeći način:

$$\min \sum_{i\in V}\sum_{j\in V} c_{ij}x_{ij}$$

$$\sum_{i\in V} x_{ij} = 1 \qquad \forall j \in V \setminus \{0\}$$

$$\sum_{j\in V} x_{ij} = 1 \qquad \forall\, i \in V \setminus \{0\}$$

$$\sum_{i\in V} x_{i0} = K$$

$$\sum_{j\in V} x_{0j} = K$$

$$\sum_{i\notin S}\sum_{j\in V} x_{ij} \geq r(S) \qquad \forall S \subseteq V\setminus\{0\},\ S\neq\emptyset$$

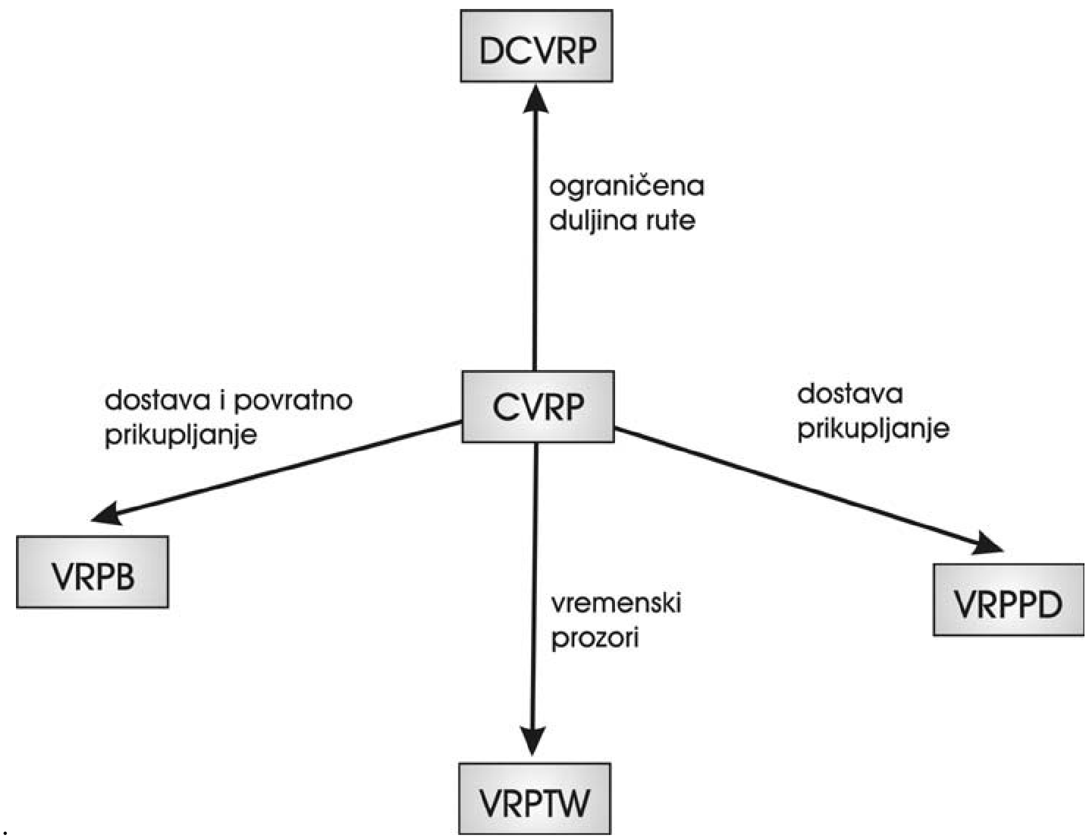
$$x_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall\, i,j \in V$$

Kod ovog modela koriste se binarne varijable 0 i 1. Sa jedinicom se označe bridovi koje vozilo koristi u optimalnoj ruti, a sa nula bridovi koji se ne koriste u optimalnoj ruti.

Funkcija cilja minimizira ograničenja prikazana matematičkim relacijama:

1. Jedno vozilo dolazi do korisnika i jedno vozilo odlazi od korisnika
2. Jednak broj vozila odlazi iz i dolazi u centralno skladište, ukupno K vozila
3. Ograničenje kapacitivnog reza **CCC** (Capacity Cut Constrains), koji određuje povezanost i kapacitet rješenja.

Iz CVRP-a kao osnovnog podproblema VRP-a, mogu se izvesti i drugi podproblemi od kojih su osnovni prikazani na slici 7.




Slika 7. Podproblemi VRP-a izvedeni iz CVRP-a

### 2.1.3. VRP s vremenskim ograničenjima

Problem usmjeravanja vozila s vremenskim ograničenjima( eng.*VRP with Time Windows*- VRPTW[4]), je proširenje CVRP-a gdje osim kapacitivnih ograničenja svakog vozila postoje i vremenska ograničenja vezana za svakog korisnika. Posluživanje svakog korisnika mora započeti u vremenskom razdoblju $(a_i, b_j)$, vozilo mora mirovati za vrijeme posluživanja korisnika*,* $s_i$. U slučaju da vozilo dođe do korisnika prije vremena *ai*, vozilu je u pravilu dozvoljeno da čeka do trenutka *ai,* kada može započeti posluživanje. Osim navedenih vremena zadano je i vrijeme kada vozilo izlazi iz skladišta, te vrijeme koje vozilo provede na svakoj od realacija- bridova *tij.*

Vremenska razdoblja su podešena tako da vozilo napušta centralno skladište u trenutku $a_i$=0.

Funkcija cilja VRPTW-a sastoji se u pronalaženju *K* ruta sa minimalnim troškom.

Ograničenja izražena matematičkim relacijama izgledaju ovako:

$$\min \sum_{k \in v} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} c_{ij} x_{ijk}$$

$$\sum_{k \in v} \sum_{j \in N} x_{ijk} = 1 \qquad \forall\ i \in C$$

$$\sum_{i \in C} d_i \sum_{j \in N} x_{ijk} \le q \qquad \forall\ k \in v$$

$$\sum_{j \in N} x_{0jk} = 1 \qquad \forall\ k \in v$$

$$\sum_{i \in N} x_{ihk} - \sum_{j \in N} x_{hjk} = 0 \qquad \forall\ h \in C,\ \ \forall\ k \in v$$

$$\sum_{i \in N} x_{i,n+1,k} = 1 \qquad \forall\ k \in v$$

$$s_{ik} + t_{ij} - K(1 - x_{ijk}) \le s_{jk} \qquad \forall\ i \in N,\ \forall\ j \in N,\ \forall\ k \in v$$

$$a_i \le s_{ik} \le b_i \qquad \forall\ i \in N,\ \forall\ k \in v$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \qquad \forall\ i \in N,\ \forall\ j \in N,\ \forall\ k \in v$$

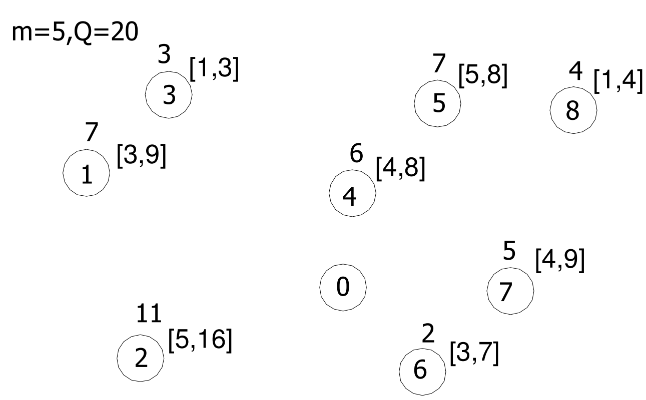
[4] U literaturi na hrvatskom jeziku koristi se eng. kratica VRPTW, pa će se tako radi pojednostavljenja biti i u ovom radu

Ograničenja rješenja mogu se opisati riječima:

1. svaka ruta započinje i završava u centralnom skladištu,
2. svaki korisnik se posjećuje samo jednom,
3. suma zahtijeva korisnika u ruti ne prelazi kapacitet vozila *C* koje poslužuje korisnike na ruti,
4. posluživanje svakog korisnika započinje u vremenskom razdoblju $(a_i, b_j)$ i vozilo je zaustavljeno za vrijeme posluživanja korisnika, $s_{i.}$

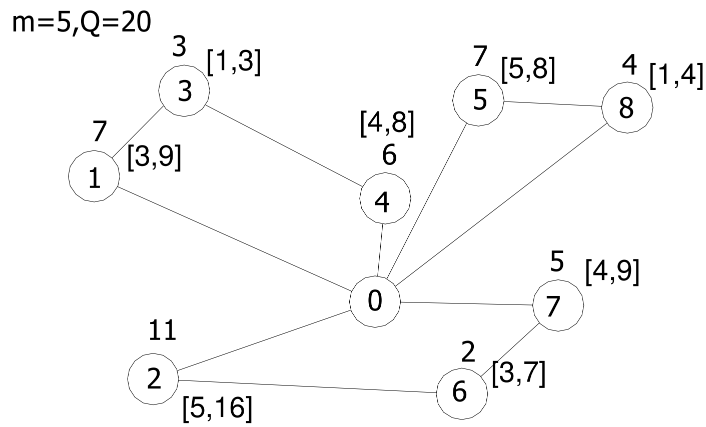
*Primjer jednog VRPTW-a*

U ovom primjeru nula prikazuje centralno skladište, a od 1 do 8 su lokacije korisnika koje treba posjetiti. Brojčane vrijednosti iznad lokacija predstavljaju zahtjeve korisnika za teretom koji se transportira. Brojčani podaci u zagradama prikazuju vremenska razdoblja u kojim se treba izvršiti transport. Na slici 8. je prikazan primjer jednog VRPTW-a.




Slika 8. Primjer VRPTW-a

Slika 9. prikazuje rješenje zadanog primjera VRPTW-a.




Slika 9. Rješenje primjera VRPTW-a

### 2.1.4. VRP s prikupljanjem i dostavom

Osnovni tip VRP-a s prikupljanjem i dostavom,(eng.*vehicle routing problem with pickup and delivery*, VRPPD [5])**,** definiran je tako da su svakom korisniku *i* dodijeljene dvije vrijednosti *di* i *pi*. Te vrijednosti predstavljaju zahtjeve za dostavom i za prikupljanjem istovrsne robe. Ponekad se koristi samo jedna vrijednost *di=di-pi* za svakog korisnika *i* i predstavlja razliku zahtjeva dostave i prikupljanja, koja može biti i negativne vrijednosti, ako se od korisnika više odveze nego dostavi robe. Da bi bilo moguće definirati takove zahtjeve potrebno je za svakog korisnika *i* poznavati mjesto dostave *Oi*, mjesto prikupljanja *Di*, samo ako *Oi* i *Di* nisu centralno skladište.

Pretpostavlja se da je dostava izvršena prije posjete mjestu gdje treba biti izvršeno prikupljanje.

Rješenje VRPPD-a predstavlja pronalaženje ruta s minimalnim troškovima koje moraju zadovoljavati zadane uvjete:

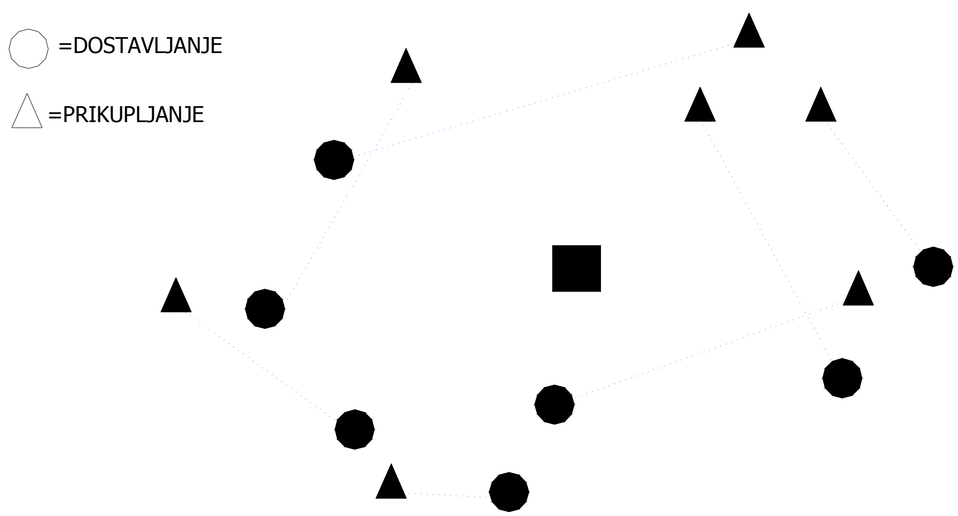
1. svaka ruta započinje i završava u centralnom skladištu,
2. svaki korisnik se posjećuje samo jednom,
3. količina tereta u vozilu uvijek mora biti broj između *0* i maksimalnog kapaciteta tog vozila,

[5] literaturi na hrvatskom jeziku koristi se eng. kratica VRPPD, pa će se tako radi pojednostavljenja biti i u ovom radu

4. za svakog korisnika *i* postoji u istoj ruti korisnik *Oi*, kada se on razlikuje od skladišta kojeg treba poslužiti prije korisnika *i* ,
5. za svakog korisnika *i* postoji u istoj ruti korisnik *Di*, kada se on razlikuje od skladišta, kojeg treba poslužiti poslije korisnika *i* .

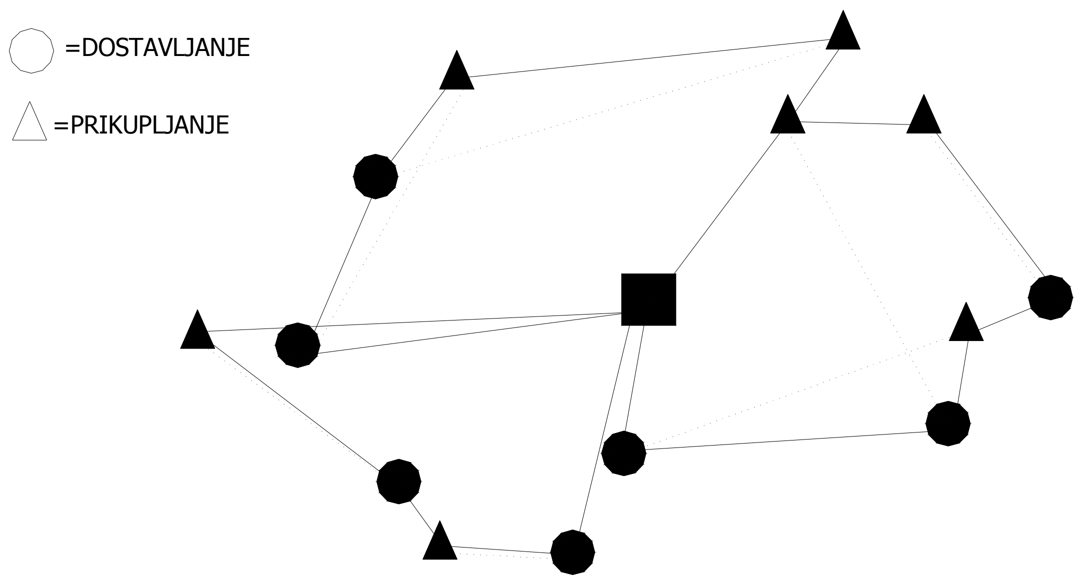
Kod svakog korisnika potrebno je najprije istovariti sav teret sa zahtjevnice vozila, te onda utovariti potreban teret, kako bi se izbjeglo preslagivanje.
Uobičajeno je da se izvor i odredište zahtjeva nalaze u centralnom skladištu.

Slika 10. prikazuje primjer jednog VRPPD-a.




Slika 10. Primjer VRPPD-a

Slika 11. prikazuje rješenje primjera VRPPD-a.




Slika 11. Rješenje primjera VRPPD-a

### 2.1.5. VRP s dostavom i povratnim prikupljanjem

Problem usmjeravanja vozila s dostavom i povratnim prikupljanjem (eng.VRP with Backhauls, VRPB [6]) je proširenje CVRP, gdje je skup korisnika podijeljen na dva podskupa. Prvi podskup predstavljaju korisnici u podskupu *L* koji sadrži *n* korisnika koji zahtijevaju određene količine robe za isporuku. Drugi podskup *B* sadrži *m* korisnika kod kojih se zahtijeva prikupljanje određene količine srodne robe. Korisnici su indeksirani na način da je $L=\{1,...,n\}$ *i* $B=\{n+1,...,n+m\}$.

U VRPB-u postoji ograničenje prednosti posluživanja gdje se svi korisnici iz skupa *L* moraju poslužiti prije korisnika u skupu *B*.

Rješenja VRPB-a problema sastoji se od pronalaženja *K* ruta s minimalnim troškovima.

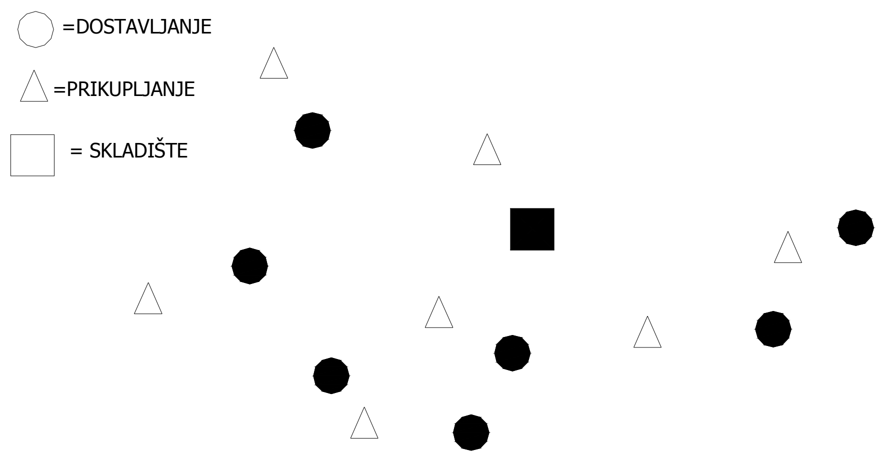
Rješenje je ispravno i prihvatljivo ako su ispunjeni sljedeći uvjeti:

1. svaka ruta započinje i završava u centralnom skladištu,
2. svaki korisnik se posjećuje točno jedanput,

[6] literaturi na hrvatskom jeziku koristi se eng. kratica VRPB, pa će se tako radi pojednostavljenja biti i u ovom radu

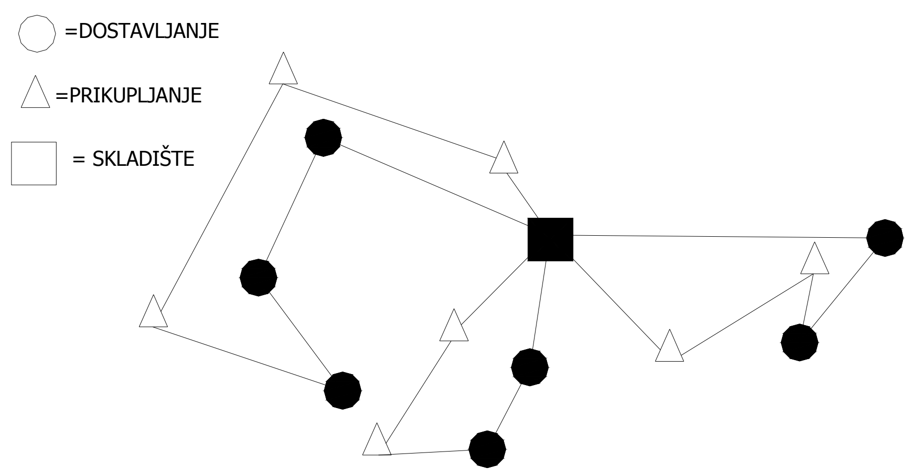
3. zbroj pojedinačnih zahtijeva korisnika iz podskupa $L$ i podskupa $B$ ne prelazi kapacitet vozila $C$ koje poslužuje korisnike na ruti,
4. u svakoj ruti svi korisnici iz podskupa $L$ su posluženi prije korisnika u podskupu $B$ , ako $B$ nije prazan skup.

Da bi se osigurala izvedivost rješenja pretpostavlja se da broj vozila $K$ nije manji od minimalnog broja vozila potrebnih da se posluže svi korisnici.
Lokacije za primjer VRPB-a prikazane su na slici 12.




Slika 12. Rješnje primjera VRPPD-a

Rješenje primjera za VRPB prikazano je na slici 13.



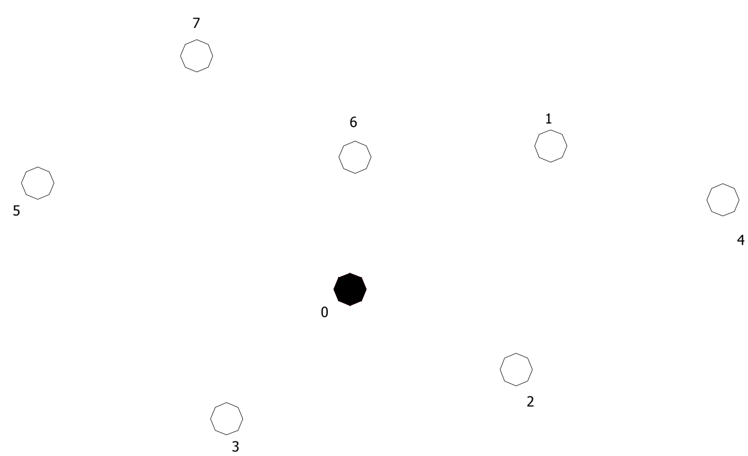

Slika 13. Rješenje primjera VRPB-a

Pretpostavke koje moraju važiti da bi primjer bio izvediv, moramo imati dovojan broj vozila jednakog kapaciteta, te da kapacitet vozila zadovoljava kapacitete za pojedine rute.

### 2.1.6. VRP sa ograničenjem kapaciteta i duljine rute

VRP problem kod kojeg je dulijina puta ograničena nekom vrijednošću nazivamo-problem usmjeravanja vozila s ograničenjem duljine rute-DVRP [7](eng. *distance constrained vehicle routing problem*). Ovaj problem se može svesti i na vrijeme koje nam stoji na raspolaganju da obavimo neku distribuciju, $t_{ij}$. Vrijeme koje je potrebno za distribuciju satoji se od vremena samog transporta te vremena koja su nam potrebna za istovar i rješavanje dokumentacije vezane uz transport.

Proširena varijanta DVRP-a je, kad pored ograničenja duljine rute imamo i ograničenje kapaciteta vozila kojima obavljamo transport- DCVRP(eng. *distance constrained capacitated vehicle routing problem*). Na slici 14. je prikazan primjer DCVRP-a.



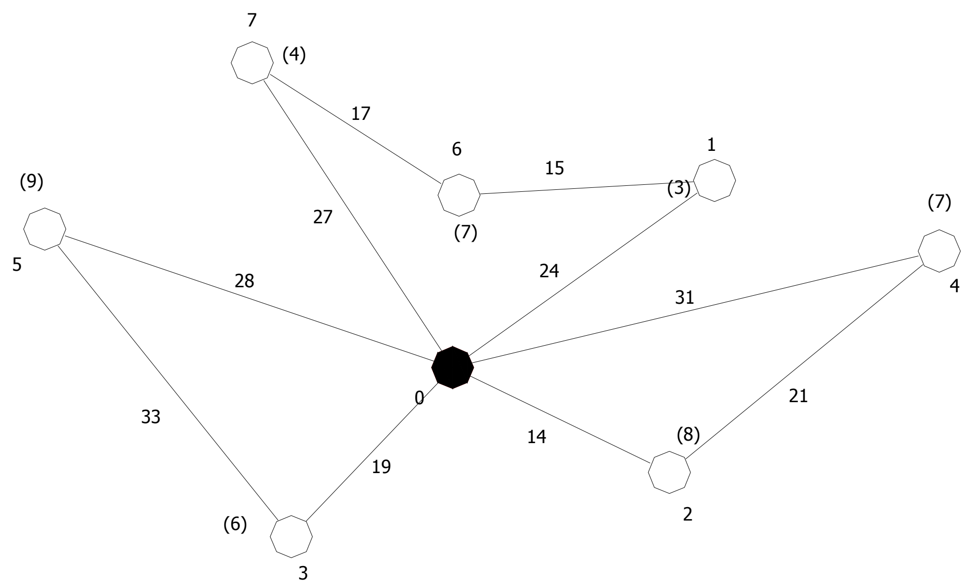

Slika 14. Primjer DCVRP-a

[7] literaturi na hrvatskom jeziku koristi se eng. kratica DVRP, pa će se tako radi pojednostavljenja biti i u ovom radu

Ograničenje kapaciteta pojedinih vozila su: 15

Ograničenje duljina ruta su: 90

Na slici 15. je prikazano rješenje primjera DCVRP-a




Slika 15. Rješenje primjera DCVRP-a

I. ruta: C=7+8=15 , L= 14+21+31= 66<90

II. ruta: C=3+7+4=14<15, L= 24+27+17+15= 83<90

III. ruta. C=9+6=15, L= 19+28+33= 80<90

Ograničenja zadovoljavaju.

# 3. ALGORITMI RJEŠAVANJA PROBLEMA USMJERAVANJA VOZILA

Metode rješavanja kombinatornih optimizacijskih problema mogu se podijeliti u tri glavne grupe: egzaktne metode, heurističke metode i metaheurističke metode. Egzaktne metode (linearno programiranje, mješovito-cjelobrojno programiranje, branch and bound metoda) teže točnom rješenju, spore su te nisu primjenjive i iskoristive u realnim problemima. Egzaktne metode rješavanja problema sastoje se u tome da se prebroje sva moguća stanja problema. Za svako stanje se izračuna cijena i na kraju izabere stanje s minimalnom cijenom. Egzaktni algoritmi imaju smisla samo za probleme sa malim brojem korisnika. Zbog toga se za rješavanje kombinatorinih problema uglavnom koriste heurističke metode koje daju približno optimalno rješenje u realnom vremenu. Postoji mogućnost da dobiveno rješenje predstavlja optimum, ali to nije uvijek moguće i utvrditi. Heuristički pristup predstavlja korištenje iskustva, intuicije i vlastite procjene prilikom rješavanja nekog problema. Za razliku od egzaktnih metoda, heurističke metode ne predstavljaju znanje o strukturi ili odnosima unutar modela problema koji se rješava. Heurističke metode predstavljaju pravila izbora, filtriranja i odbacivanja rješenja, a služe za smanjivanje broja izvedenih mogućih putova u postupku rješavanja problema. Heurističke metode (Clark&Wright, Sweep, najbliži susjed, umetanje najbližeg, umetanje najdaljeg i dr.) obično se koriste pri postavljanju početnog rješenja koje se dalje može poboljšavati drugim metodama. Metaheurističke metode (genetski algoritmi, kolonija mrava, kaljenje) simuliraju prirodne procese kao što su biološka evolucija, potraga mrava za hranom, termodinamički proces kaljenja metala i sl. Vrlo su uspješne jer se koriste zadnje u nizu metoda za određivanje početnog rješenja konstruktivnim heurističkim algoritmima, služe za iterativno pretraživanje u okolini početnog rješenja po uzoru na procese iz prirode.


Pristupi rješavanju problema usmjeravanja vozila

Algoritma za rješavanje VRP-a ima mnogo, nekih dobrih, te nekih koji su manje dobri pa se ne upotrebljavaju u realnim problemima. Najzastupljeniji su oni koji se koriste kod CVRP-a, kao glavnog podproblema VRP-a. U CVRP-u svi su korisnici i njihovi zahtjevi unaprijed poznati, vozila su jednaka, a zajednička polazna točka im je u centralnom skladištu. Jedino ograničenje kojim se proširuje osnovni VRP je kapacitet pojedinog vozila. Funkcija cilja izražava zahtjev za minimiziranjem ukupnog troška pri posluživanju svih korisnika.

Dva najčešće opisivana heuristička algoritma u literaturi su Clark&Wright-ov algoritam ušteda i Sweep-ov dvoprolazni algoritam, te će se u nastavku rada opisati i ilustrirati primjerima.

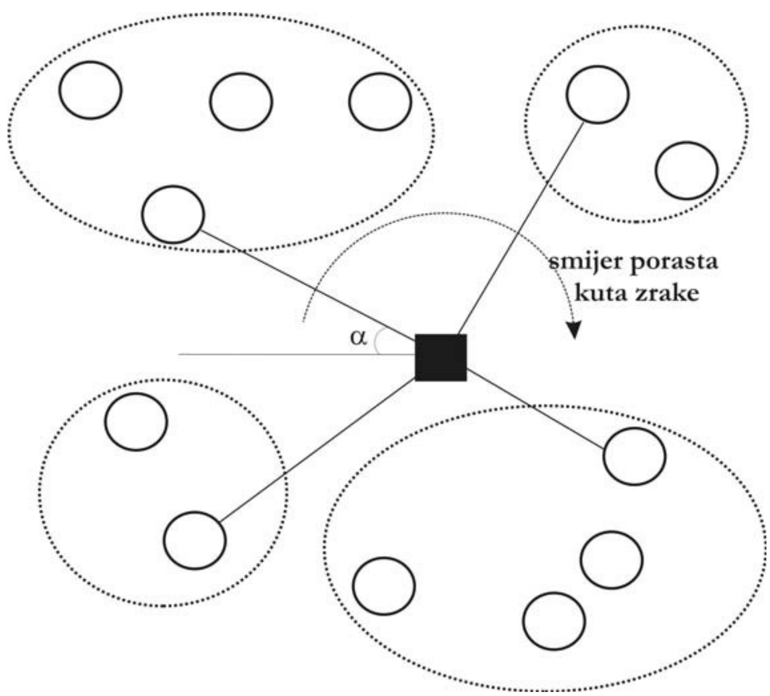
### 3.1. Clark&Wright-ov algoritam ušteda

Clarke & Wright algoritam uštede jedan je od najpoznatijih heuristika za VRP. Primjenjuje se za probleme u kojima broj vozila nije fiksan (već je varijabla, pretpostavka beskonačno), i rješava probleme u usmjerenim i neusmjerenim transportnim mrežama. Clark&Wright kao jedan od najzastupljenijih algoritama jer daje dobre rezultate. Algoritam prvo doda broj vozila koji odgovara broju korisnika. Svako vozilo dodijeli se jednom korisniku te se kreira ruta. Nakon prvog koraka broj vozila, korisnika i ruta je jednak. Dobiveno rješenje, zbog broja potrebnih vozila, nije dobro pa ga je, da bi imalo smisla, potrebno poboljšati. U drugom koraku odabiru se dva brida iz grafa koja se spajaju u jedan. Na taj način slijedi zadovoljavajuće rješenje. Spajanje po dva brida, odnosno 2. korak se ponavlja tako dugo dok nismo postigli optimalno rješenje

Potrebno je napomenuti da se ova metoda može koristiti samo kod homogenog voznog parka.

### 3.2. Sweep-ov algoritam

Sweep algoritam je dvoprolazni algoritam, koji u prvom prolazu algoritma odabire grupe vozila tako da se odabiru korisnici s minimalnim kutovima njihovih polarnih koordinata. U trenutku kada je ukupni kapacitet grupe korisnika približno jednak kapacitetu vozila, kreće se sa grupiranjem korisnika za sljedeće vozilo. U drugoj fazi svaka grupa vozila rješava se kao zaseban TSP problem jednom od metoda za rješavanje TSP-a. Nakon toga eventualno je moguće dodati još jednu fazu poboljšanja ruta 2opt optimizacijom.. Na slici 16. prikazan je princip rada Sweep algoritma.



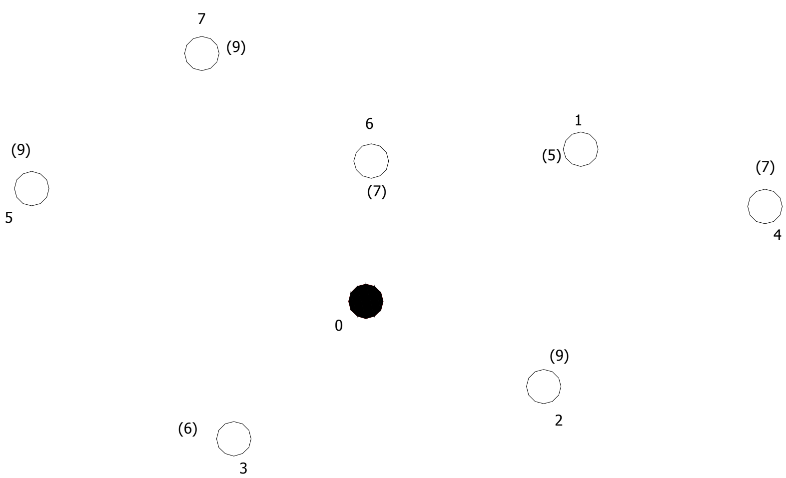

Slika 16. Princip rada Sweep algoritma

U nastavku je prikazan jedan primjer zadatka rješenog Clark&Wright i Sveep algoritmom, te su tablično uspoređena rješanja.

a) Clark&Wright algoritam

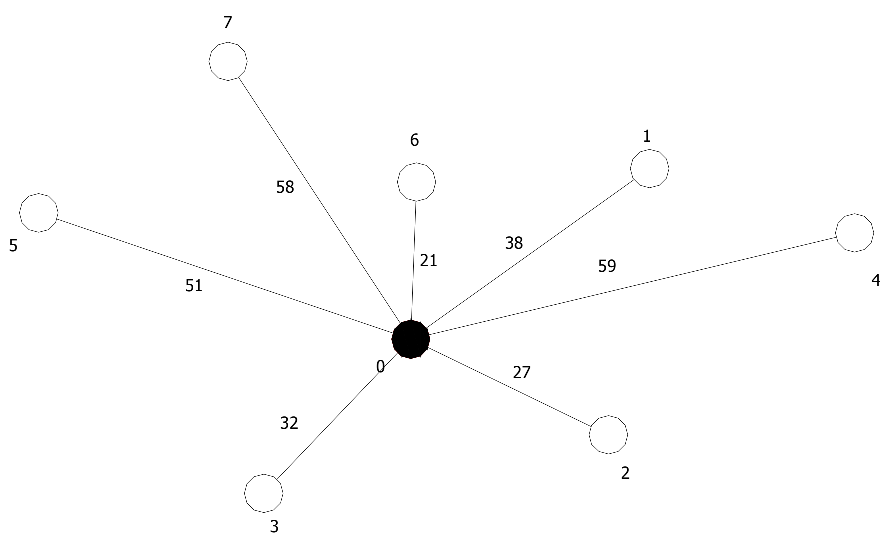
-broj vozila-2, svako vozilo je kapaciteta-30

Na slici 17. je primjer za prikaz rada algoritama.




Slika 17. Primjer za prikaz rada algoritama

Na lici 18. je prikazan I. korak Clark&Wright algoritma, svakoj lokaciji je dodijeljeno jedno vozilo.




Slika 18. Prvi korak Clark&Wright algoritma

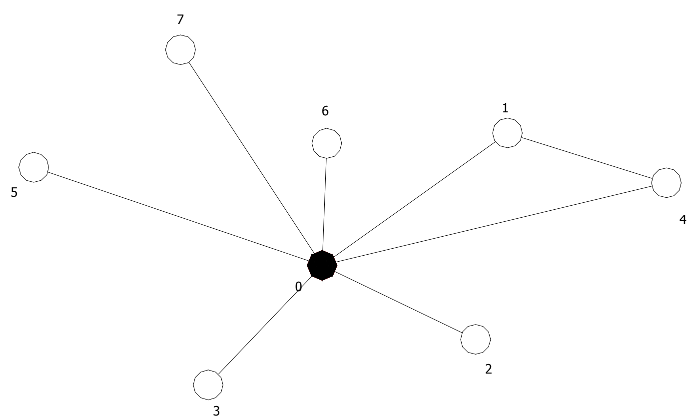
Tablica 1. Prikaz ušteda između lokacija u transportnoj mreži

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | 31 | 8 | 53 | 14 | 42 | 19 |
| 2 | | | 36 | 33 | 4 | 25 | 9 |
| 3 | | | | 11 | 22 | 12 | 18 |
| 4 | | | | | 14 | 27 | 24 |
| 5 | | | | | | 30 | 44 |
| 6 | | | | | | | 48 |
| 7 | | | | | | | |

Spajamo dvije lokacije u rutu sa najvećom uštedom između njih. To su lokacije 1-4.

Kapacitet: 5+7<30

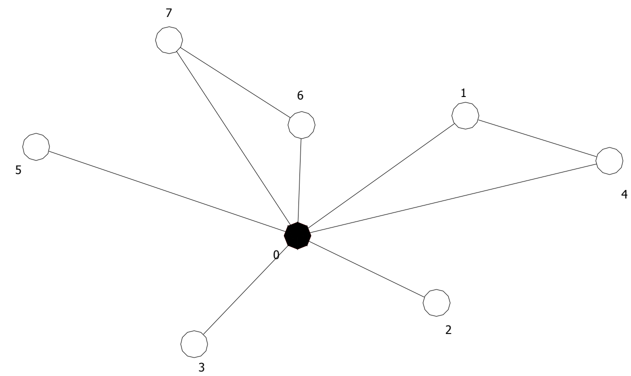
Na slici 19. je prikazan II. korak Clark&Wright algoritma, dvije lokacije između kojih je najveća ušteda spajamo u jednu rutu.




Slika 19. Prikaz II. koraka Clark&Wright algoritma

Sljedeće dvije lokacije između kojih je najveća ušteda su 6-7.

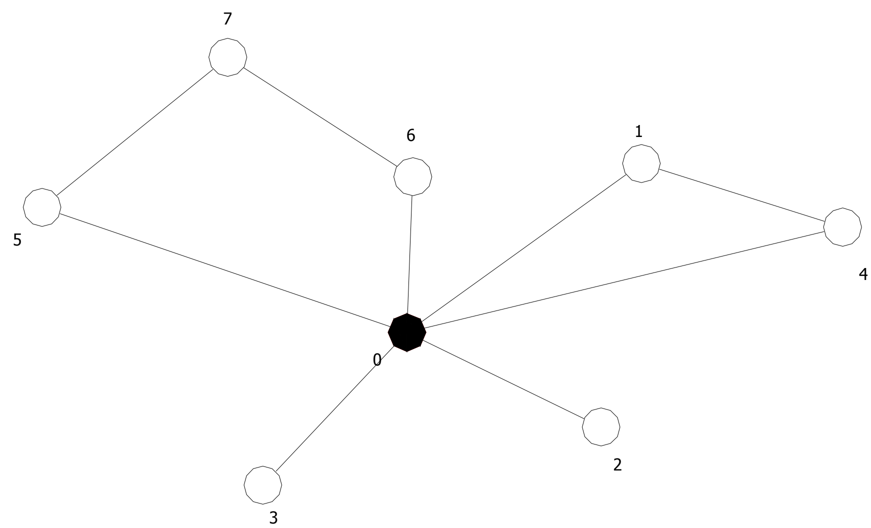
Kapacitet: 9+7<30




Slika 20. Prikaz ponavljanja II. koraka Clark&Wright algoritma na nove lokacije

Sljedeća najveća ušteda je između lokacija 5-7. Kako je već lokacija 7 u jednoj od postojećih ruta, u tu istu rutu dodajemo i lokaciju 5. Kapacitet: 9+7+9<30

Na slici 21. je prikazano ponavljanje II. koraka Clark&Wright algoritma, ponavljanje se izvršava dok sve lokacije nisu u jednoj od ruta.

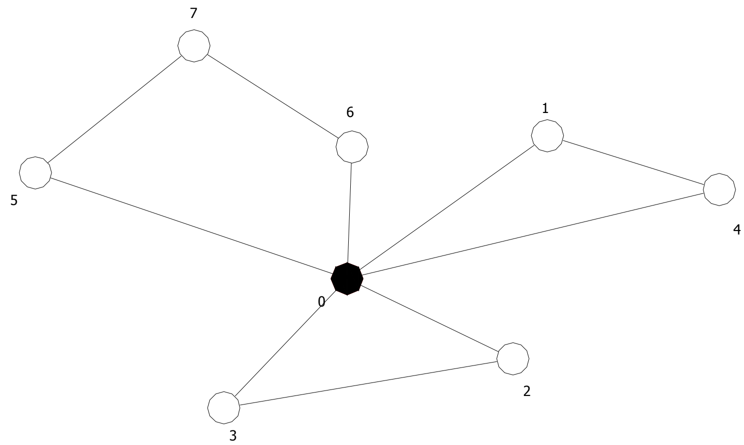



Slika 21. Prikaz ponavljanja II. koraka Clark&Wright algoritma na nove lokacije

Sljedeća najveća ušteda je između lokacija 1-6, kako su te lokacije u već postojećim rutama, prelazimo na sljedeću najveću uštedu između lokacija, a to je između 2-3.

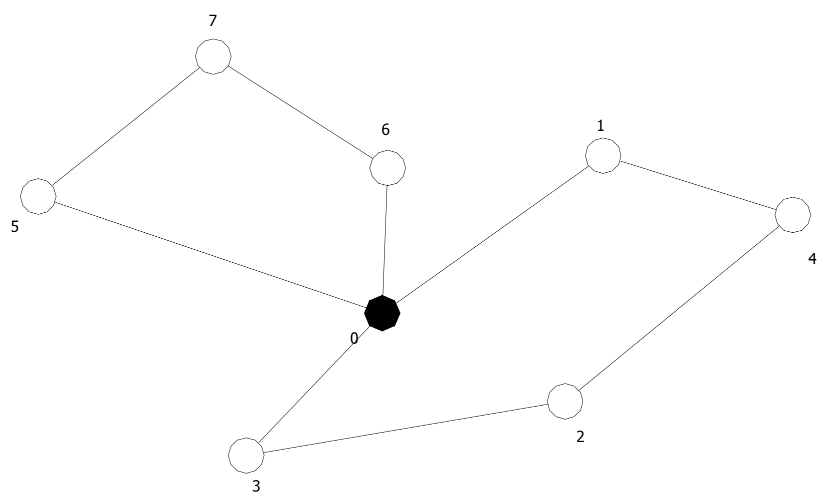
Kapacitet: 9+6<30

Na slici 22. prikazano je spajanje lokacija 2-3, to je još jedno ponavljanje II. koraka Clark&Wright algoritma.




Slika 22. Prikaz ponavljanja II. koraka Clark&Wright algoritma na nove lokacije

Sljedeća najveća ušteda je između lokacija 2-4, kako te lokacije nisu u istoj ruti, a ograničenje kapaciteta nam dopušta spajanje, one se spajaju u istu rutu. Na slici 23. prikazano je konačno rješenje, III. korak Clark&Wright algoritma.




Slika 23. Prikaz konačnog rješenja, III. korak Clark&Wright algoritma

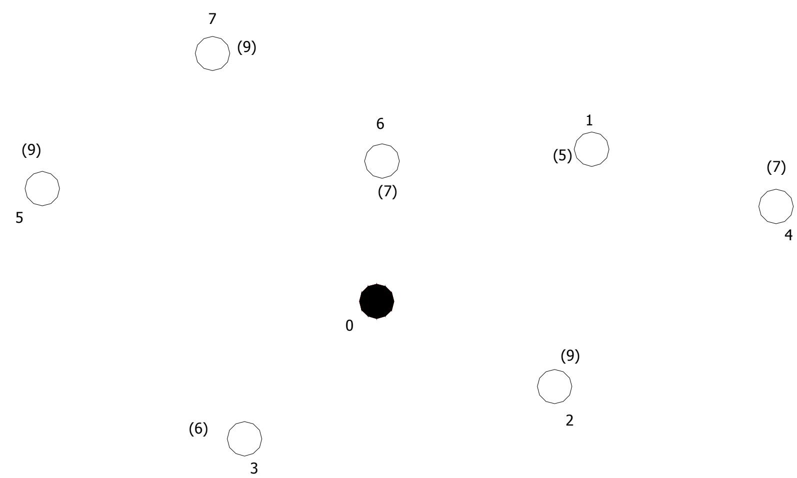
Kapacitet: 9+7+9<30 ................... I. ruta

9+7+6+5<30 ............... II. ruta

b) Sweep algoritam

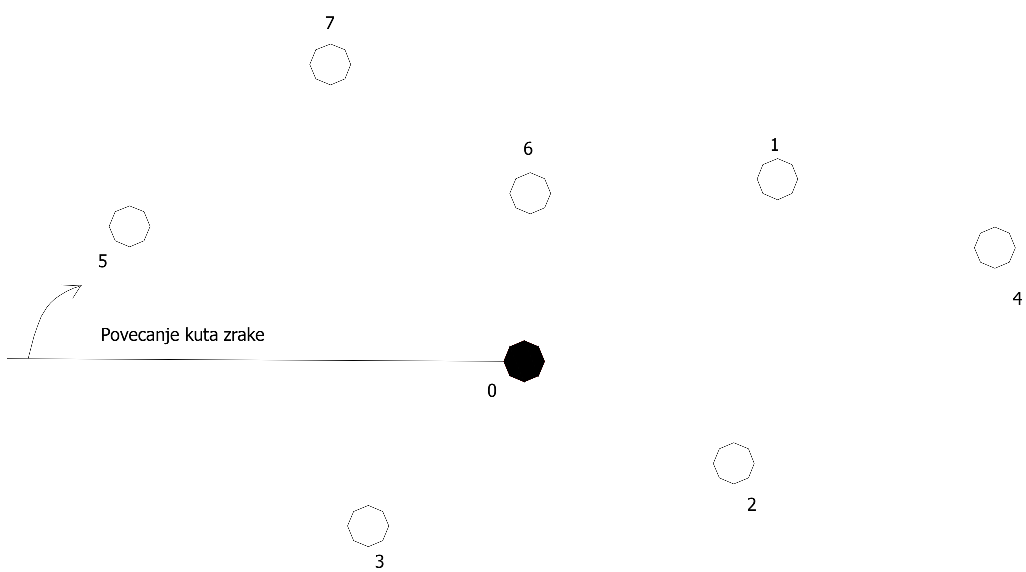
-broj vozila-2, svako vozilo je kapaciteta-30

Na slici 24. je primjer za prikaz rada algoritama.



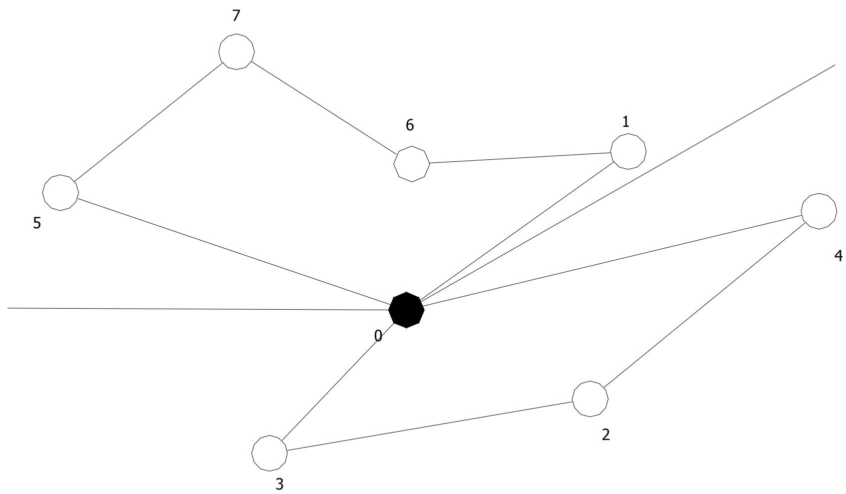

Slika 24. Primjer za prikaz rada algoritama

Na slici 25. je prikazan početni položaj zrake, koja povećanjem svog zakretnog kuta određuje rute.




Slika 25. Početni položaj zrake, sa smjerom rasta kuta

Na slici 26. je prikazano rješenje zadnog primjera Sweep algoritmom




Slika 26. Konačno rješenje Sweep algoritmom

Lokacije grupiramo u rute prema porastu kuta zrake. Novu rutu počinjemo grupirati kada sa jednom od ruta popunimo sav raspoloživi kapacitet vozila.

U I. rutu tako ulaze redom lokacije: 5-7-6-1

Kapacitet: 9+9+7+5=30.............. zadovoljava

U II. rutu ulaze lokacije: 4-2-3

Kapacitet: 6+9+7<30.............. zadovoljava

*Duljine ruta za oba algoritma*

Clark&Wright

I. ruta

0-5-7-6-0

51+30+28+21= 130

II. ruta

0-1-4-2-3-0

38+19+38+42+32= 169

Sweep

I. ruta

0-5-7-6-1-0

51+30+28+27+38= 174

II. ruta

0-4-2-3-0

59+38+42+32= 171

Tablica 2. Usporedba rješenja dobivenih C&W te Sweep algoritmom

| Metoda | Rezultat |
| --- | --- |
| C&W | 299 |
| Sweep | 345 |

Bolji rezultati C&W metode pokazuju nedostatke Sweep metode, gdje se formirana grupa korisnika ne može proširiti ili umanjiti, dok sama ideja C&W metode osigurava pregrupiranje pojedinih korisnika tijekom rada metode i time znatno poboljšava uspješnost.

# 4. PROBLEM USMJERAVANJA VOZILA PODUZEĆA UNIS TRGOVINA d.o.o.

## 4.1. Opis poduzeća UNIS trgovina d.o.o.

UNIS Trgovina d.o.o. ekskluzivni je uvoznik i distributer proizvoda švicarske tvrtke Rösch Swiss AG za područje Hrvatske. Sjedište tvrtke je na adresi: Malešnica 31, 10000 Zagreb. Centralno skladište poduzeća je na adresi: Poljačka 56, 10000 Zagreb.

Rösch Swiss AG vodeći je švicarski proizvođač deterdženata, a sa svojim proizvodnim pogonima u Njemačkoj (Rösch Germany GmbH), Italiji (Rösch Italia s.r.l.), Austriji (Dieter Rösch GmbH) te SAD-u (Rösch USA Inc.) svrstava se u jednog od najvećih proizvođača deterdženata u svijetu (Henkel, P&G, Unilever, RÖSCH Swiss, DALLI).

*Rösch Swiss* proizvodi se prodaju u svim značajnim trgovačkim lancima u svijetu: Wal-Mart, EDEKA, KAUFLAND, REWE, LANDI, CARREFOUR, SPAR, COOP, PAM, MANOR, Markant, NORMA, Woolworth, Zielpunkt/Plus, ADEG, M-Preis, Pfeiffer/KIG, i mnogim C&C centrima.

Osnovni proizvodni program su praškasti deterdženti (robne marke: Sentimat, TAID, Linux, Radomat, Prudax, Rawa, Sanomat), tekući deterdženti (robne marke: Sentimat, Linux, Feny), omekšivači (robne marke: Elio, Sentinell, Micro & Soft, Fibris), sredstva za pranje posuđa (robne marke: Tin, Danny), sredstva za čišćenje (robna marka: Tin) te higijenski program SANOFLOR (osvježivači wc školjke, osvježivači zraka, i sl.).

U nastavku su prikazani proizvodi, te vanjske dimenzije pakiranja proizvoda, koje poduzeće UNIS Trgovina d.o.o. dostavlja na području Hrvatske za trgovački lanac Kaufland Hrvatska.

1. Sentimat 10 kg, deterdžent u prahu, EAN 9002023001058

   Masa artikla: bruto: 10.41 kg, neto: 10 kg

   Dužina 14,5 cm, širina 26 cm, visina 39,5 cm

   1 red na paleti = 24 kom.

   1 paleta = 72 kom.


2. Sentimat 5 kg, deterdžent u prahu, EAN 9002023000945

   Masa artikla: bruto 5,2 kg, neto 5 kg.

   Dužina 13 cm, širina 27 cm, visina 41 cm.

   1 karton = 3 komada (dužina kartona 42 cm, širina 31, visina 26 cm)

   1 red na paleti = 18 kom.

   1 paleta = 90 kom.

3. Mäc Oxi 500 g, izbjeljivač i odstranjivač mrlja, EAN 9002023004479

    Masa artikla: bruto 0,53 kg, neto 0,5 kg.

    Dužina 27 cm, širina 8 cm, visina 11,7 cm

    1 karton = 6 kom. (dužina kartona 27 cm, širina 8 cm, visina 11,7 cm)

    1 red na paleti = 96 kom.

    1 paleta = 960 kom.


4. TIN Badreiniger 750 ml, sredstvo za čišćenje kupatila, EAN 9002023001041

    Masa artikla: bruto 0,8 kg, neto 0,75 kg.

    Dužina 4,5 cm, širina 9,5 cm, visina 31 cm

    1 karton = 12 kom. (dužina kartona 40 cm, širina 21 cm, visina 31,7 cm)

    1 red na paleti = 120 kom.

    1 paleta = 600 kom.

5. TIN Küchenreiniger 750 ml, sredstvo za čišćenje kuhinje, EAN 9002023002314

    Masa artikla: bruto 0,8 kg, neto 0,75 kg.

    Dužina 4,5 cm, širina 9,5 cm, visina 31 cm

    1 karton = 12 kom. (dužina kartona 40 cm, širina 21 cm, visina 31,7 cm)

    1 red na paleti = 120 kom.

    1 paleta = 600 kom.


6. TIN WC Reiniger 750 ml, sredstvo za čišćenje toaleta, EAN 9002023003878

    Masa artikla: bruto 0,8 kg, neto 0,75 kg.

    Dužina 4,5 cm, širina 9,5 cm, visina 26 cm

    1 karton = 10 kom. (dužina kartona 29 cm, širina 19 cm, visina 27 cm)

    1 red na paleti = 160 kom.

    1 paleta = 800 kom.

### 4.2. Opis procesa distribucije robe u poduzeću

Poduzeće UNIS Trgovina vrši dostavu proizvoda po svim trgovačkim centrima Kaufland u Hrvatskoj. U nastavku u tablici 3. date su adrese svih trgovačkih centara Kaufland Hrvatska, te njihove udaljenosti od centralnog skladišta poduzeća UNIS u Zagrebu.

Tablica 3. Prikaz udaljenosti Kaufland centara od skladišta poduzeća u Zagrebu

| | | |
|---|---|---|
| **KAUFLAND BJELOVAR*** | 43000 BJELOVAR | 87 |
| KAUFLAND OSIJEK | 31000 OSIJEK | 288 |
| **KAUFLAND SAMOBOR*** | 10430 SAMOBOR | 21 |
| **KAUFLAND ZAGREB - STUDENTSKI GRAD*** | 10040 ZAGREB | 10 |
| KAUFLAND SINJ | 21230 SINJ | 355 |
| KAUFLAND ĐAKOVO | 31400 ĐAKOVO | 237 |
| **KAUFLAND SISAK*** | 44000 SISAK | 57 |
| KAUFLAND SPLIT | 21000 SPLIT | 481 |
| KAUFLAND RIJEKA | 51000 RIJEKA | 185 |
| **KAUFLAND ZAGREB – RAVNICE*** | 10000 ZAGREB | 8 |
| KAUFLAND ZADAR | 23000 ZADAR | 290 |
| KAUFLAND NOVA GRADIŠKA | 35400 NOVA GRADIŠKA | 136 |
| **KAUFLAND ZAPREŠIĆ*** | 10290 ZAPREŠIĆ | 17 |
| **KAUFLAND VELIKA GORICA*** | 10410 VELIKA GORICA | 16 |
| **KAUFLAND VARAŽDIN*** | 42000 VARAŽDIN | 100 |
| **KAUFLAND KARLOVAC*** | 47000 KARLOVAC | 53 |
| **KAUFLAND ČAKOVEC*** | 40000 ČAKOVEC | 93 |
| **KAUFLAND KOPRIVNICA*** | 48000 KOPRIVNICA | 94 |
| KAUFLAND SLAVONSKI BROD | 35000 SLAVONSKI BROD | 184 |
| KAUFLAND ŽUPANJA | 32270 ŽUPANJA | 242 |
| KAUFLAND VIROVITICA | 33000 VIROVITICA | 149 |
| KAUFLAND PULA - ULJANIK | 52000 PULA | 290 |

* loakcije na koje vrše dostavu samostalno sa svojim voznim parkom, dok na ostale lokacije dostavu vrši distribucijsko poduzeće *Lagermax*

Poduzeće UNIS Trgovina samostalno vrši dostavu proizvoda u krugu od oko 120 km od centralnog skladišta, ovisno u veličini narudžbe. Za lokacije koje su udaljenije koriste se uslugama distribucijskog poduzeća Lagermax.

Distribucija se vrši na 11 lokacija koje su udaljene od Zgreba oko 120 km. Loakcije na koje se vrši dostava su: Varaždin, Čakovec, Koprivnica, Bjelovar, Sisak, Velika Gorica, Samobor, Zaprešić, Karlovac, Zagreb Studentski grad i Zagreb-Ravnice.

Zadatak se sastoji od zadanih udaljenosti lokacija od skladišta, te izračunatih udaljenosti od lokacije do lokacije. Da bi zadatak bio potpuno definiran treba biti poznat i vozni park distribucijskog poduzeća. Da bi odredili rute vozila potrebno je poznavati kapacitete vozila i potrebe pojedinih lokacija za resursima.

Kapaciteti vozila (max. nosivost i raspoloživu zapremninu) očitani su iz kataloga pojedinih vozila, dok su od UNIS Tgovine dobivene prosječne dnevne količine narudžbe za svaki artikl (količine vrijede za svaki centar-lokaciju).

Vozni park UNIS trgovine se sastoji od 4 vozila:

- kombi vozilo Peugeot Boxer (diesel), 1 kom
- kombi vozilo VW Transporter (diesel), 1 kom
- VW Caddy (diesel), 2 kom

Prosječna narudžba za jedan centar:

1. Sentimat 10 kg, količina: 5 kom., m=52,05 kg, V=0,07455 $m^3$
2. Sentimat 5 kg, količina: 2 kartona x 3 kom = 6 kom, m=31,2 kg, V=0,08635 $m^3$
3. Mäc Oxi 500 g, količina: 1 karton x 6 kom = 6 kom, m=3,18 kg, V=0,01517 $m^3$
4. Tin Badrei. 750 ml, m=0,8 kg, kolč.: 1karton= 12 kom. m=9,6 kg, V=0,02688 $m^3$
5. Tin Küchen. 750 ml, m=0,8 kg, kolč: 1karton =12 kom.,m=9,6 kg,V=0,02688 $m^3$
6. Tin WC Reiniger 750 ml, m=0,8 kg,količina: 1karton=10 kom.,m=50 kg, V=0,014877 $m^3$

Narudžba ima 6 stavki, od kojih svaka stavka ima neki svoj volumen i masu. Zbog ograničenja kapaciteta vozila trebamo izračunati masu i volumen ukupne narudžbe.

M=52,05+31,2+3,18+9,6+9,6+8= 113,63 kg

V=0,07455+0,08635+0,01517+0,02688+0,02688+0,014877= 0,244707 $m^3$

Očitanje najveće dopuštene nosivosti i raspoložive zapremnine određeno je iz kataloga vozila.

Peugeot Boxer, V= 5,7 $m^3$, M= 1,2 t

VW Transporter, V= 5,4 $m^3$, M= 1,1 t

VW Caddy, V= 2,7 $m^3$, M= 536 kg

Na slikama 27. 28. i 29. su prikazana dostavna vozila poduzeća.

Slika 27. Peugot Boxer

Slika 28. VW Transporter

Slika 29. VW Caddy

Neki bitni parametri za distribuciju, koje treba uzeti u obzir :

1. Prosječan broj lokacija na koje je potrebno dnevno dostaviti robu = 11
2. Radno vrijeme skladišta od 08 do 16 h (od ponedjeljka do petka)
3. Prosječno vrijeme utovara u skladištu po narudžbi = 10 min.
4. Radno vrijeme skladišta za prijem robe, od 05 do 16 h
5. Prosječno vrijeme istovara robe = 25 min (predaja dostavnice - otpremnice, istovar, kontrola, ovjera dokumentacije)

## 4.2. Primjena algoritama VRP-a u određivanju ruta distributivnih vozila poduzeća UNIS Trgovina d.o.o.

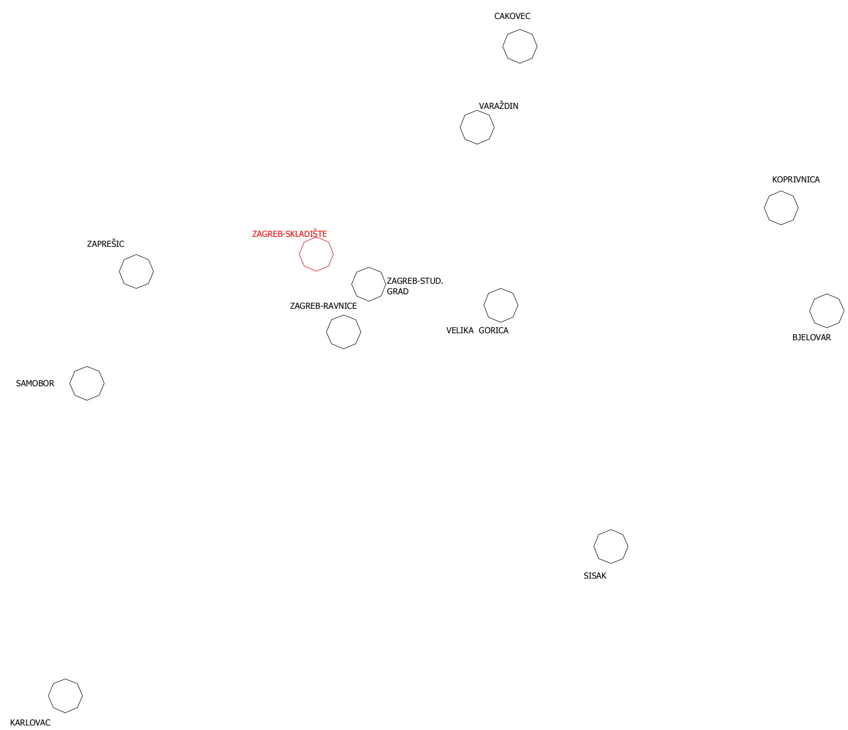
Parametri koji su netom ranije navedeni govore da ovo nije jednostavan CVRP. U praksi ne nalazimo uvijek probleme koji se pokoravaju teoretskim algoritmima. Algoritmi su korisni samo za jedan dio zadanog transportnog problema, dok dodatna ograničenja provjeravamo nakon što prođemo algoritmom. U primjeru poduzeća UNIS Trgovina d.o.o. imamo modificirani CVRP, jer pored ograničenja kapaciteta imamo vremenska ograničenja. Različita vozila u voznom parku poduzeća govore da nije ispunjen uvjet homogenosti, koji je jedan od glavnih uvjeta CVRP-a.

Tako će se primjer poduzeća UNIS Trgovina d.o.o. pojednostaviti na CRVP, dok će se vremenska ogranićenja i ograničenja voznog parka provjeriti nakon što provedemo heurističke algoritme (C&W i Sweep).

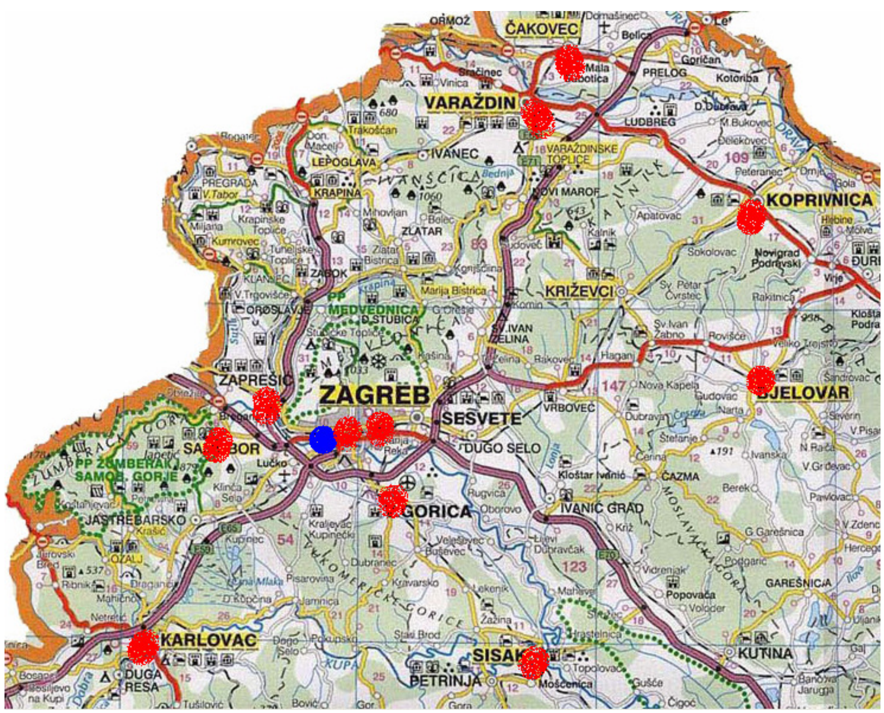
Iz podataka o procesu ditribucije poduzeća UNIS trgovina d.o.o. dobile su se informacije da se dostava vrši na 22 lokacije, dok se vlastitim voznim parkom dostava vrši na 11 lokacija, odnosno trgovačkih centara. Na preostale lokacije dostavu vrši distribucijsko poduzeće Lagermax.

Na slikama 30. i 31. su prikazane lokacije na auto karti Hrvatske, te grafom.

Na temelju cestovnih udaljenosti očitanih sa auto karte, napravljena je matrica udaljenosti prikazana tablicom 4.




Slika 30. Prikaz lokacija grafom




Slika 31. Prikaz lokacija na auto karti Hrvatske

Rješenje problema gnerirati će se pomoću već opisana dva heuristička algoritma:Clark&Wright i Sweep.

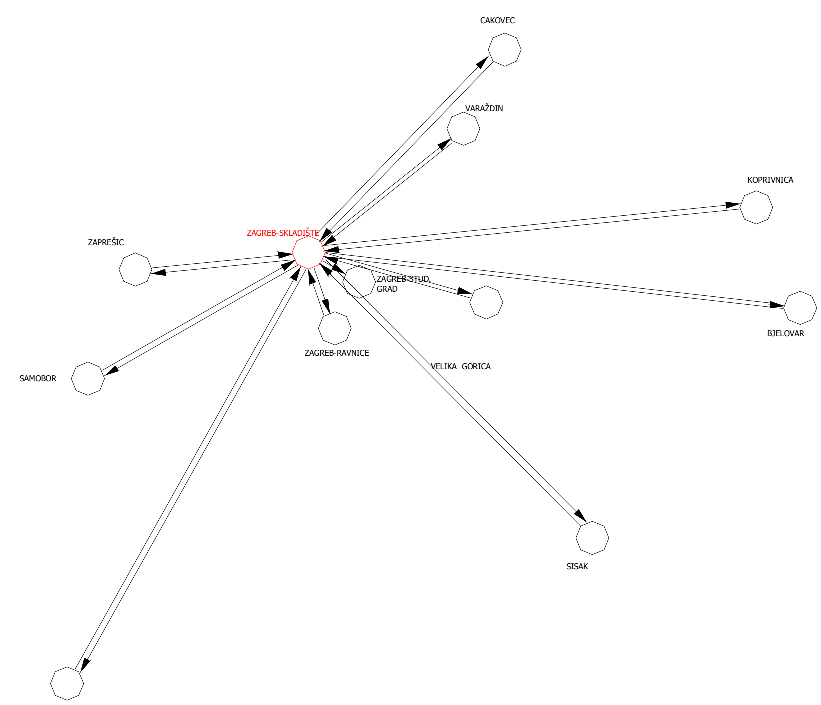
### 4.3.1. Rješenje pomoću Clark & Wright algoritama ušteda

Za ovaj algoritam mora biti poznata tablica udaljenosti između lokacija te udaljensotti između skladišta i lokacija. Iz takve poznate tablice izračuna se nova tablica, tablica ušteda između lokacija.Uštede između pojedinih lokacija dane se tablicom 5.

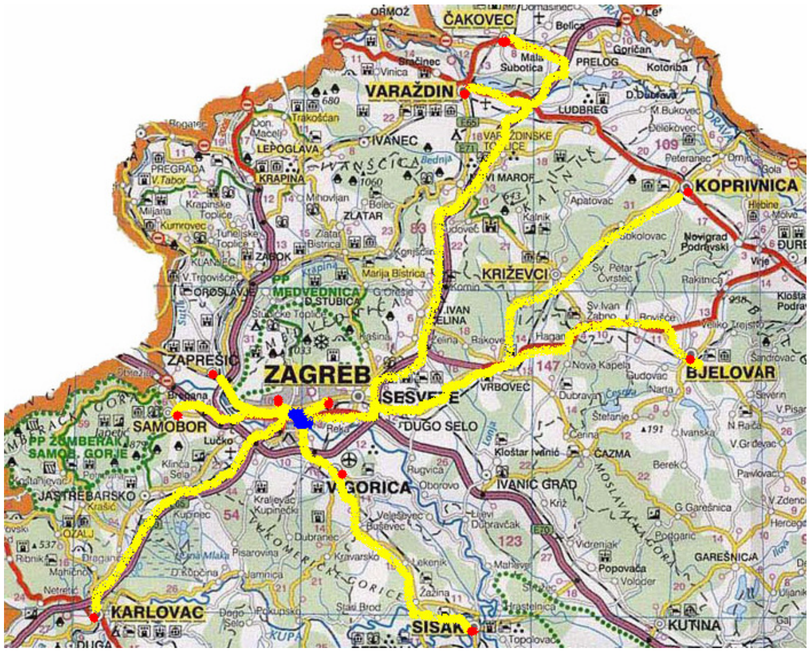
Sve vrijednosti u ove dvije tablice su dane u kilometrima.

U prvom koraku C&W algoritma svakoj lokaciji dodijelimo jedno vozilo.

Na slici 32. to je prikazano grafom, dok je na slici 33. prikazano na auto karti.



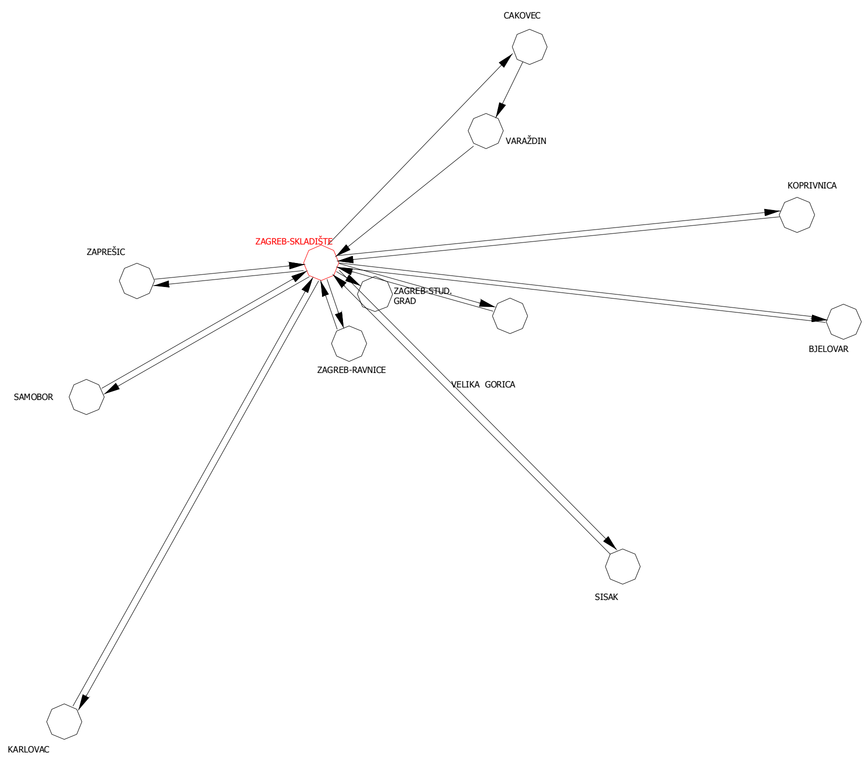

Slika 32. Prikaz grafom lokacija sa dodijeljenim vozilima




Slika 33. Prikaz na auto karti Hrvatske

U prvom koraku iz tablice ušteda pronađemo dvije lokacije, koje svojim spajanjem u jednu rutu donose najveću uštedu. U prvom koraku to su lokacije Varaždin-Čakovec.

VARAŽDIN-ČAKOVEC=178 km (ušteda)




Slika 34. Prikaz spajanja lokacija Varaždin-Čakovec

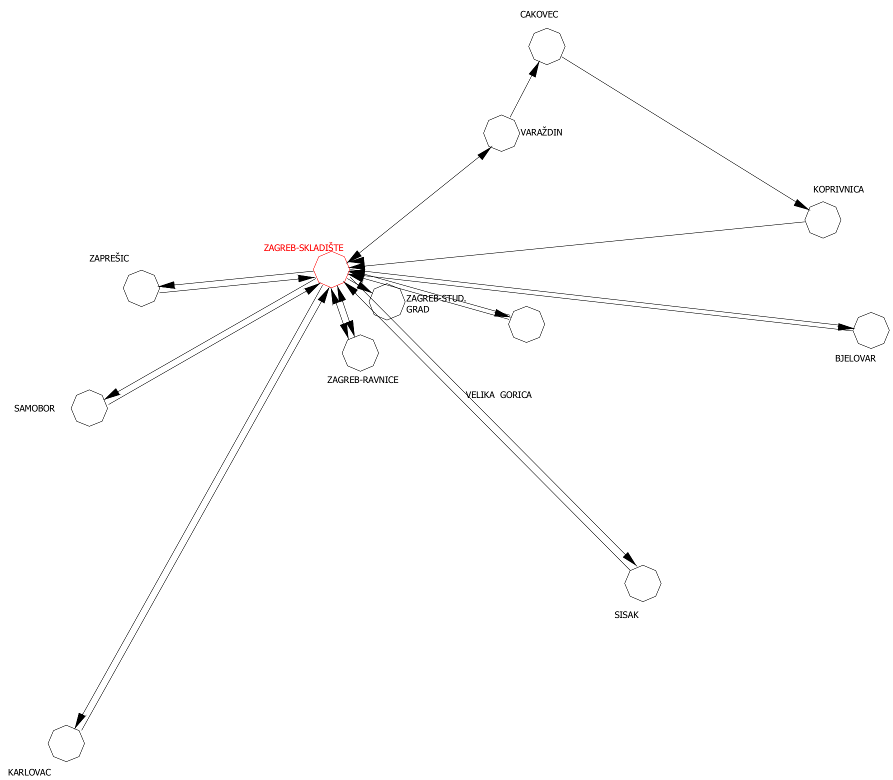
Nosivost kombi vozila je 1,25 tona te je zadovoljena nejednakost 113,63kg+113,63kg <1250 kg

U drugom koraku odabiremo sljedeću najveću uštedu između dviju lokacija, Varaždin-Koprivnica. Kako je Varaždin već u postojećoj ruti, u istu rutu dodajemo i Koprivnicu.

Trenutna ruta je:

VARAŽDIN-ČAKOVEC-KOPRIVNICA=331 km (ušteda)

Na slici 35. je prikazana trenutna ruta.




Slika 35. Trenutna ruta, Varaždin-Čakovec-Koprivnica

Provjera nosivosti kombi-vozila: 113,63kg +113,63kg +113,63kg <1250 kg, što zadovoljava nejednakost.

U daljnjem postupku tražimo dvije lokacije sa najvećom uštedom, a to su Čakovec-Koprivnica. Kako su obje lokacije već uključene u postojeću rutu preskačemo ovu uštedu.

Sljedeća najveća ušteda je: KOPRIVNICA-BJELOVAR=130 km (ušteda)

Trenutna ruta je:

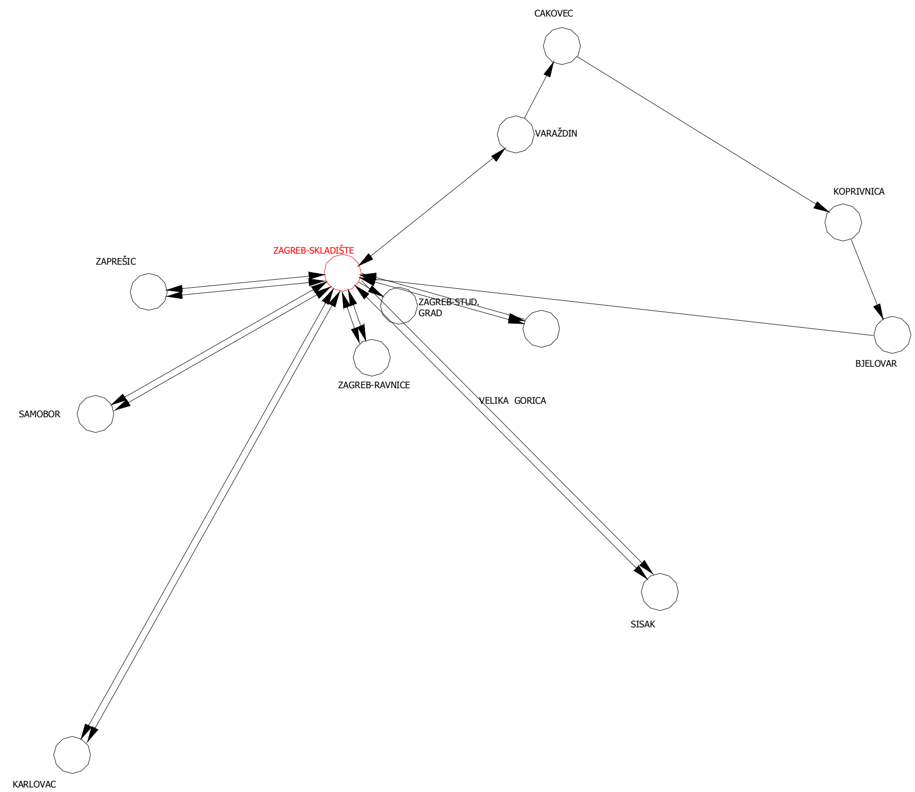
VARAŽDIN-ČAKOVEC-KOPRIVNICA-BJELOVAR= 461 (ušteda)

Provjerom nosivosti kombi-vozila može se zaključiti da je moguće još narudžba staviti u I. rutu.

113,63kg +113,63kg +113,63kg +113,63kg <1200 kg

$4x0,244707\ m^3 < 5,7\ m^3$

Na slici 36. prikazana je konačna prva ruta.




Slika 36. Prikaz konačnog izgleda I. rute

Ukupni put koji vozilo prođe u ovoj ruti je:

*SKLADIŠTE-VARAŽDIN-ČAKOVEC-KOPRIVNICA-BJELOVAR-SKLADIŠTE*

*100 15 42 51 87 = 295 km*

Vozeći prosječnom brzinom od 55 km/h, na put I. rute se izgubi 5 h i 22 min radnog vremena.

Dodatno vrijeme se troši za preuzimanje ukupnog tereta iz skladišta- 4x10= 40 min

Vrijeme provedeno na svakoj lokaciji- 25 min po lokaciji, ukupno- 4x25= 100 min

Ukupno vrijeme koje je potrebno za pokupiti iz skladišta, dostaviti sve narudžbe iz I. rute, te se vratiti u skladište je 7h 37 min.

Dodavanje neke nove lokacije u postojeću rutu, izlazilo bi iz vremena 8 radnih sati vozača vozila.

Kad završimo jednu rutu, za novu rutu radimo novu tablicu ušteda bez lokacija koje su već uključene u postojeće rute.

Tablica 6. Uštede između preostalih lokacija, koje nisu uključene u I. rutu

| | SAMOBOR | ZAGREB | SISAK | ZAPREŠIĆ | V. GORICA | KARLOVAC | ZG-RAVNICE |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SAMOBOR | | 11 | 6 | **29** | 2 | 6 | 8 |
| ZAGREB | | | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 |
| SISAK | | | | **15** | **37** | **38** | 10 |
| ZAPREŠIĆ | | | | | 5 | **16** | 9 |
| V. GORICA | | | | | | **17** | 10 |
| KARLOVAC | | | | | | | 10 |
| ZG-RAVNICE | | | | | | | |

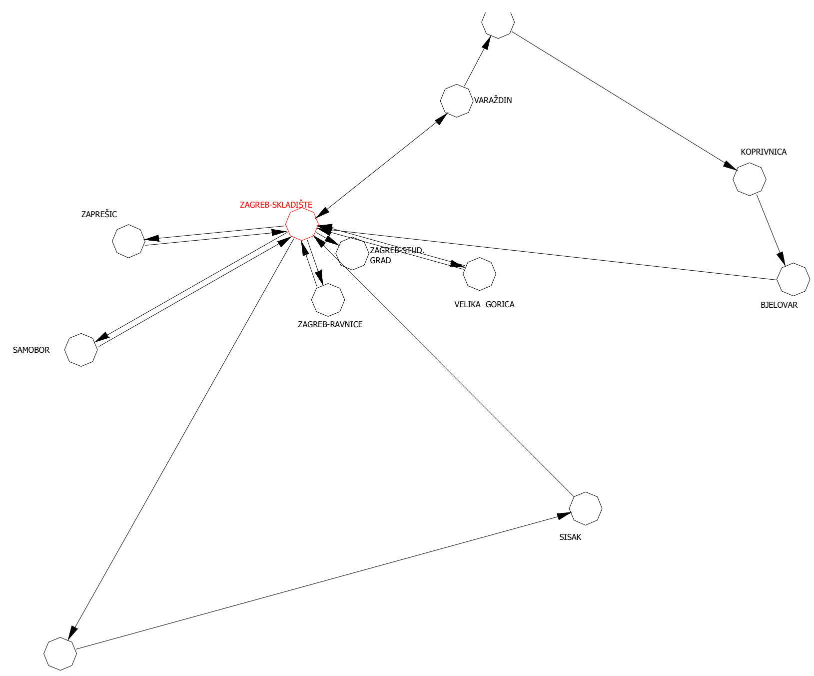
Novu rutu započinjemo iz nove tablice ušteda. Iz te tablice dvije lokacije sa najvećom uštedom su:

KARLOVAC-SISAK=38 km (ušteda)

Sljedeća najveća ušteda nalazi se između loakacija:

SISAK-VELIKA GORICA=37 km (ušteda).

Na slici 37. prikazano je spajanje lokacija Karlovac-Sisak



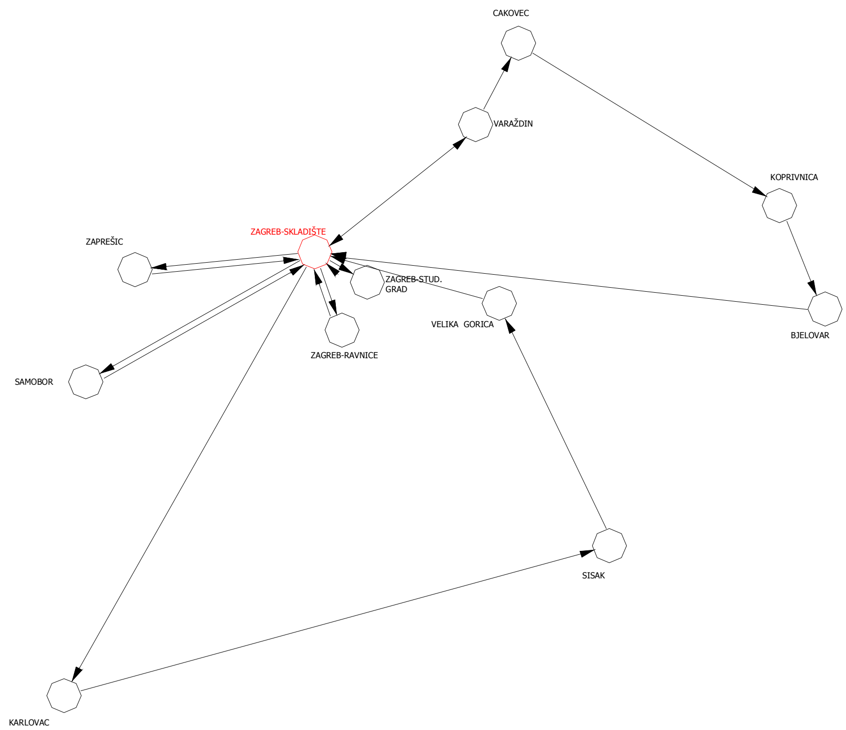

Slika 37. Spajanje lokacija Karlovac-Sisak

Sljedeća najveća ušteda nalazi se između loakacija:

SISAK-VELIKA GORICA=37 km (ušteda).

Trenutna II. ruta je: KARLOVAC-SISAK-VELIKA GORICA

Na slici 38. prikazana je trenutna II. ruta.




Slika 38. Prikaz trenutne II. rute

U sljedećem koralu najveća ušteda je između lokacija:

SAMOBOR-ZAPREŠIĆ= 25 km (ušteda)

No kako nije ni jedna lokacija u postojećoj ruti, tražimo daljnje uštede. Sljedeća ušteda je:

VELIKA GORICA-KARLOVAC= 17 km (ušteda), no kako su obje lokacije uključene u potojeću rutu, tražimo sljedeće najveće uštede.

Sljedeći korak iz tablice ušteda nam kao najveću uštedu daje uštedu između:

ZAPREŠIĆ-KARLOVAC= 16 km (ušteda)

Kako Karlovac i Zaprešić nisu trenutno u istoj ruti, treba ih spojiti u istu rutu.

Sljedeća najveća ušteda je između lokacija SAMOBOR-SISAK= 13 km (ušteda)

Samobor umećemo u rutu gdje je i Sisak.

Tako da II. ruta glasi:

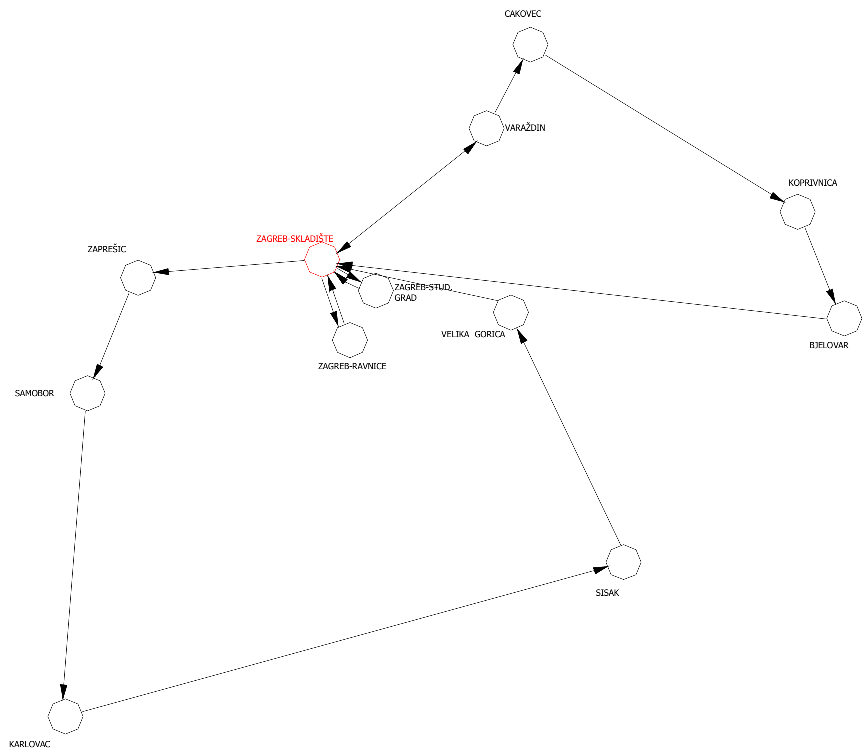
ZAPREŠIĆ-SAMOBOR- KARLOVAC-SISAK-VELIKA GORICA

Provjerom nosivosti kombi vozila, može se zaključiti da je uvjet zadovoljen:

113,63kg +113,63kg +113,63kg +113,63kg+113,63kg <1100 kg

5x0,244707 $m^3$< 5,4 $m^3$

Na slici 39. prikazan je konačan izgled II. rute.




Slika 39. Konačan izgled II.rute

Put koji vozilo prođe u II. ruti je .

*SKLADIŠTE-ZAPREŠIĆ-SAMOBOR -KARLOVAC-SISAK-VELIKA GORICA-*

*17 13 68 72 36 16*

*SKLADIŠTE*

*= 222 km*

Vozeći prosječnom brzinom od 55 km/h, na put II. rute se izgubi 4h 02 min

Dodatno vrijeme se troši za preuzimanje ukupnog tereta iz skladišta-5X10= 50 min

Vrijeme provedeno na svakoj lokaciji- 25 min po lokaciji, ukupno- 5x25= 125 min

Ukupno vrijeme koje je potrebno za pokupiti iz skladišta, dostaviti sve narudžbe iz II. rute, te se vratiti u skladište je 6h 57 min.

Dodavanje neke nove lokacije u postojeću rutu, izlazilo bi iz vremena 8 radnih sati vozača vozila.

Kad završimo drugu rutu, za novu rutu radimo novu tablicu ušteda bez lokacija koje su već uključene u postojeće rute.

Tablica 7. Prikaz uštede između preostalih dviju lokacija

| | ZAGREB St. grad | ZG-RAVNICE |
|---|---|---|
| ZAGREB St. grad | | 12 |
| ZG-RAVNICE | | |

III. ruta se sastoji od preostalih lokacija iz tablice ušteda.

ZAGREB St. grad-ZAGREB RAVNICE=12 km (ušteda)

Ukupni put koji prođe vozilo na III. ruti je:

*SKLADIŠTE-ZAGREB St. grad-ZAGREB RAVNICE-SKLADIŠTE*

*10 6 8 = 24 km*

Provjera nosivosti Caddy vozila: 113,63 kg+ 113,63 kg< 536 kg

$2x0,24707\ m^3 < 2,7\ m^3$

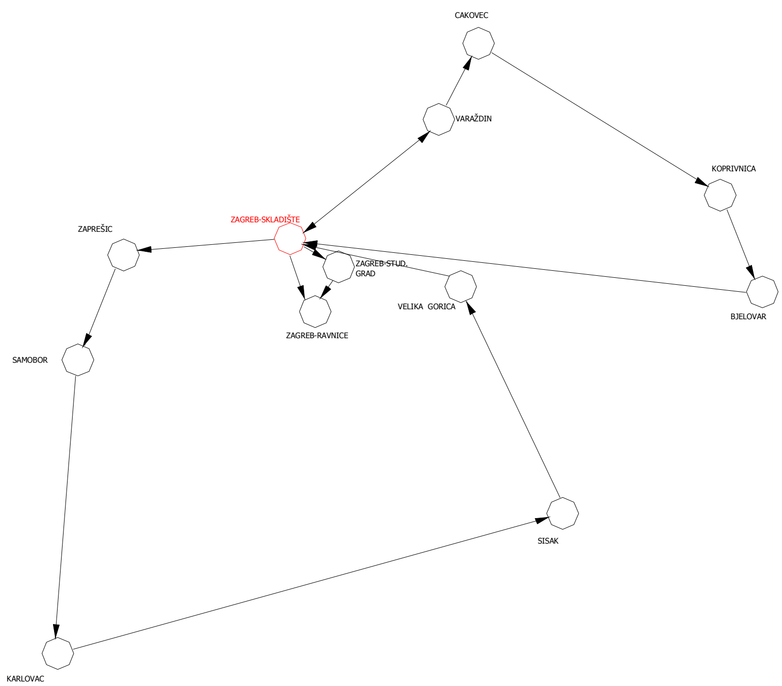
Vozeći prosječnom brzinom od 50 km/h, na put III. rute se izgubi 29 min

Dodatno vrijeme se troši za preuzimanje ukupnog tereta iz skladišta- 20 min

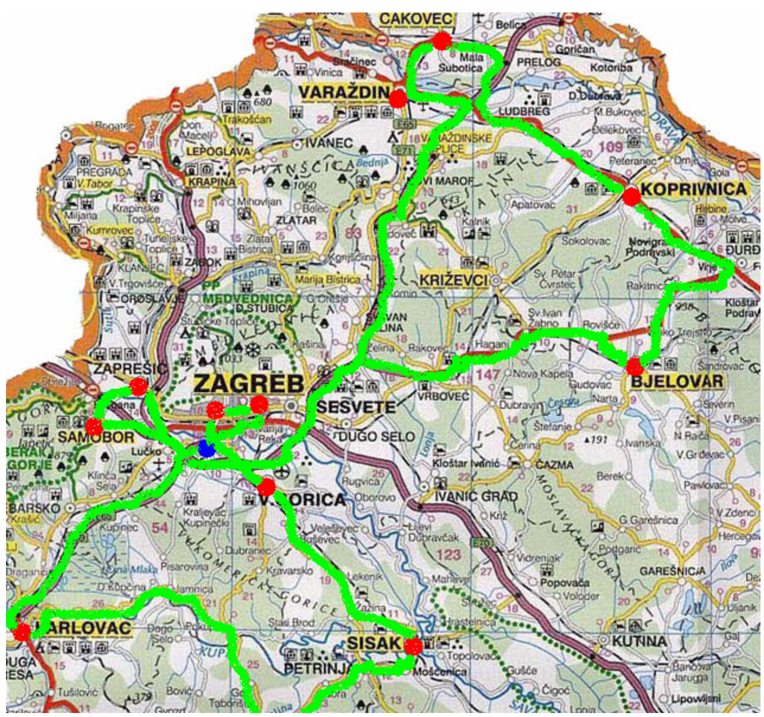
Vrijeme provedeno na svakoj lokaciji- 25 min po lokaciji, ukupno- 2x25= 50 min

Ukupno vrijeme koje je potrebno za pokupiti iz skladišta, dostaviti sve narudžbe iz Ii. rute, te se vratiti u skladište je 1h 39 min.

Na slici 40 i 41.. prikazano je konačno rješenje dobiveno C&W algoritmom.



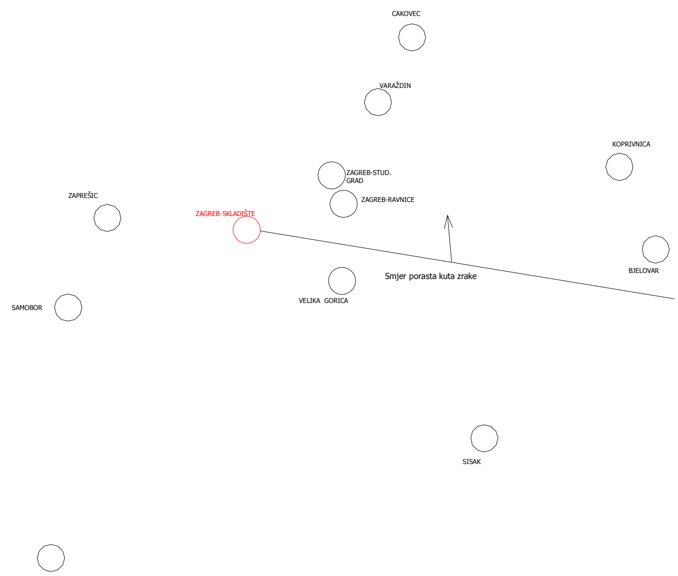

Slika 40. Prikaz konačnog rješenja grafom



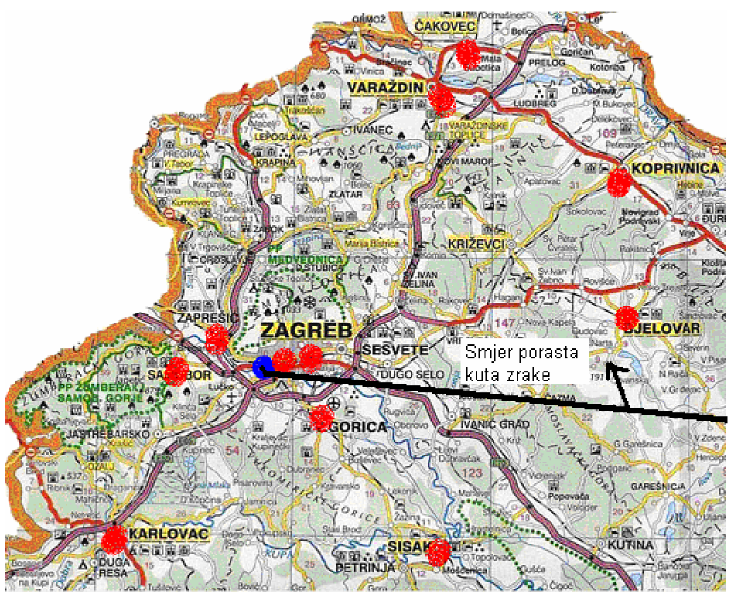

Slika 41. Prikaz konačnog rješenja na auto karti

### 4.3.2. Rješenje pomoću Sweep algoritama

Sweep algoritam je dvoprolazni algoritam, koji u prvom prolazu algoritma odabire grupe vozila tako da se odabiru korisnici s minimalnim kutovima njihovih polarnih koordinata. U drugoj fazi svaka grupa vozila rješava se kao zaseban TSP problem jednom od metoda za rješavanje TSP problema. Na slikama 42. i 43. prikazane su lokacije, te zraka sa smjerom porasta kuta.




Slika 42. Prikaz lokacija i zrake grafom




Slika 43. . Prikaz lokacija i zrake na auto karti

Povećavajući kut zrake, zraka redom prolazi kroz ove lokacije:

ZAGREB RAVNICE- ZAGREB St. Grad- BJELOVAR-KOPRIVNICA-VARAŽDIN-ČAKOVEC-ZAPREŠIĆ-SAMOBOR-KARLOVAC-SISAK-VELIKA GORICA

Prvo vozilo dostavlja robu redom na lokacije, tako dugo dok to zadovoljava nosivost i zapremnina vozila. Kad više taj uvjet nije zadovoljen prelazi se na drugo vozilo. Svako vozilo čini jednu rutu, te se rute kasnije rješavaju kao TSP.

Prvo kombi vozilo ima nosivost od 1200 kg, teoretski takvo vozilo bi moglo pokupiti narudžbe za 10 lokacija. Razlog zbog kojeg je to nemoguće je radno vrijeme vozača, te vrijeme u kojem se mora dostaviti roba na lokacije.

Kada uzmemo u obzir radno vrijeme vozača, u I. rutu po Sweep algoritmu možemo staviti 4 lokacija, lokacije dodajemo redom u smjeru porasta kuta zrake.

Za prvu rutu uzimamo Caddy vozilo jer svojom nosivosti i raspoloživom zapremninom zadovoljava kapacitete 4 narudžbe.

I. ruta je:

*ZAGREB St. Grad-ZAGREB RAVNICE- BJELOVAR-KOPRIVNICA*

Ukupni put koji Caddy vozilo prođe u I. ruti je:

*SKALDIŠTE —ZAGREB RAVNICE—ZAGREB St. Grad- BJELOVAR-*

*8 6 85 51*

*KOPRIVNICA-SKLADIŠTE*

*94 = 244 km*

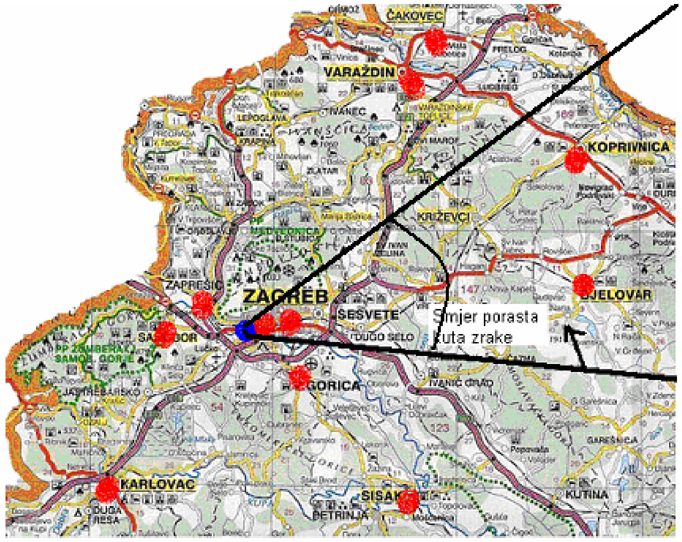
Vozeći prosječnom brzinom od 55 km/h, Caddy vozilo na put potroši 4 h 26 min.

Vremenu puta trebamo zbrojiti i dodatno vrijeme za utovar narudžbi i predaju narudžbi na lokacijama. Vrijeme za utovar: 4x10= 40 min

Vrijeme za predaju narudžbi na lokacijama: 4x25=100 min

Ukupno vrijeme koje vozilo provede na I. ruti je: 6h 46 min

Dodavanjem sljedeće lokacije (Varaždin) u porastu kuta zrake ukupno vrijeme za I. rutu bi prošlo radno vrijeme vozača Caddy vozila.




Slika 44. Prikaz I. rute dobiven Sweep algoritmom

S obzirom na nosivost vozila i radno vrijeme vozača u drugu rutu možemo spojiti 4 lokacije.
U II. ruti koristimo Caddy vozilo, jer 4 narudžbe ne prelaze ukupnu nosivost vozila.
Dodajući lokacije prema porastu kuta zrake u II ruti su:

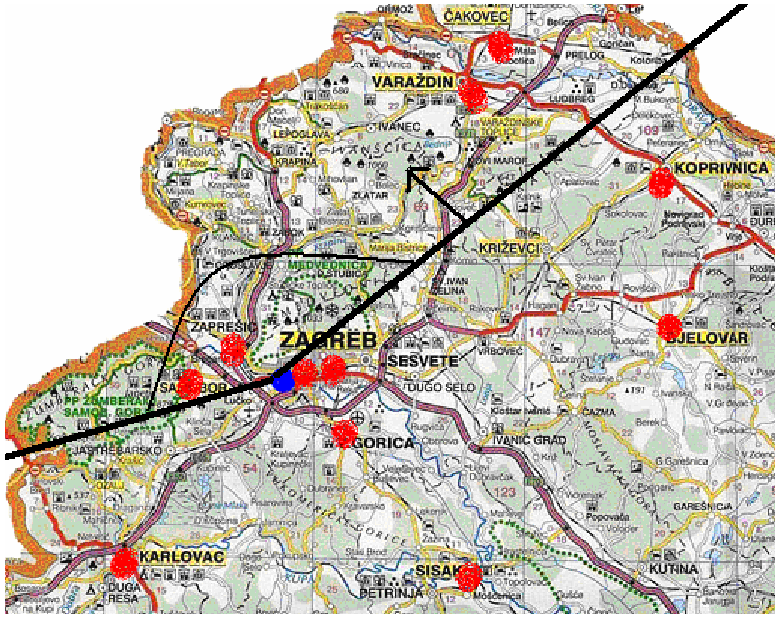
VARAŽDIN-ČAKOVEC- ZAPREŠIĆ-SAMOBOR

Ukupni put koji Caddy vozilo prođe u II. ruti je:

*SKLADIŠTE-VARAŽDIN-ČAKOVEC- ZAPREŠIĆ-SAMOBOR-SKLADIŠTE*

*100 15 69 9 21 =214 km*

Vozeći prosječnom brzinom od 55 km/h, Caddy vozilo na put potroši: 3h 54 min
Vremenu puta trebamo zbrojiti i dodatno vrijeme za utovar narudžbi i predaju narudžbi na lokacijama. Vrijeme za utovar: 4x10= 40 min
Vrijeme za predaju narudžbi na lokacijama: 4x25=100 min
Ukupno vrijeme koje vozilo provede na I. ruti je: 6 h 14 min
Dodavanjem sljedeće lokacije (Karlovac) u porastu kuta zrake ukupno vrijeme za II. rutu bi prošlo radno vrijeme vozača Caddy vozila.




Slika 45. Prikaz II. rute dobiven Sweep algoritmom

Za III. rutu na raspolaganju imamo samo kombi vozila, od lokacija za II. rutu preostaju:
KARLOVAC-SISAK-VELIKA GORICA

Ukupni put koji Caddy vozilo prođe u III. ruti je:
*SKLADIŠTE-KARLOVAC-SISAK-VELIKA GORICA-SKLADIŠTE*

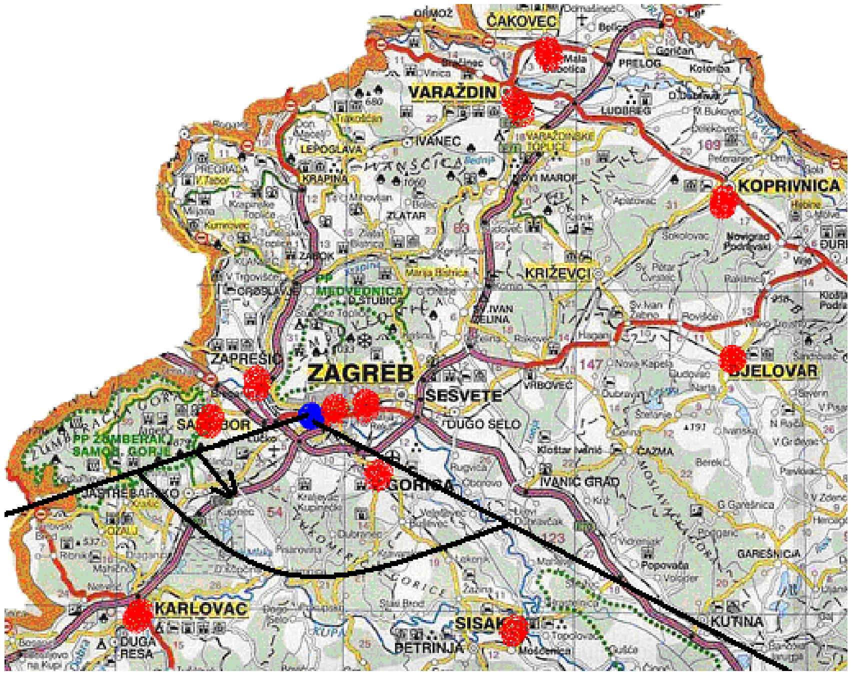
*53 72 36 16 = 177 km*

Vozeći prosječnom brzinom od 55 km/h, Caddy vozilo na put potroši: 3 h 13 min

Vremenu puta trebamo zbrojiti i dodatno vrijeme za utovar narudžbi i predaju narudžbi na lokacijama. Vrijeme za utovar: 3x10= 30 min

Vrijeme za predaju narudžbi na lokacijama: 3x25=75 min

Ukupno vrijeme koje vozilo provede na III. ruti je: 4 h 58 min




Slika 46. Prikaz III. rute dobiven Sweep algoritmom

### 4.3.3. Analiza rješenja Clark&White i Sweep algortima

Analizom rješenja pokazati će se prednosti i nedostaci jednog i drugog algoritma. Rješenje VRP-a su rute i njima dodijeljena vozila. Analiza rješenja se može povesti s obzirom na više kriterija. Razlike Clark&Wright i Sweep algoritma su prikazane ukupno pređenim kilometrima, vremenskim trajanjem puta i količinom potrošenog goriva za obavljanje transporta prema svakom algoritmu.

Ukupan broj pređenih kilometara:

C&W

295 km

222 km

24 km

541 km

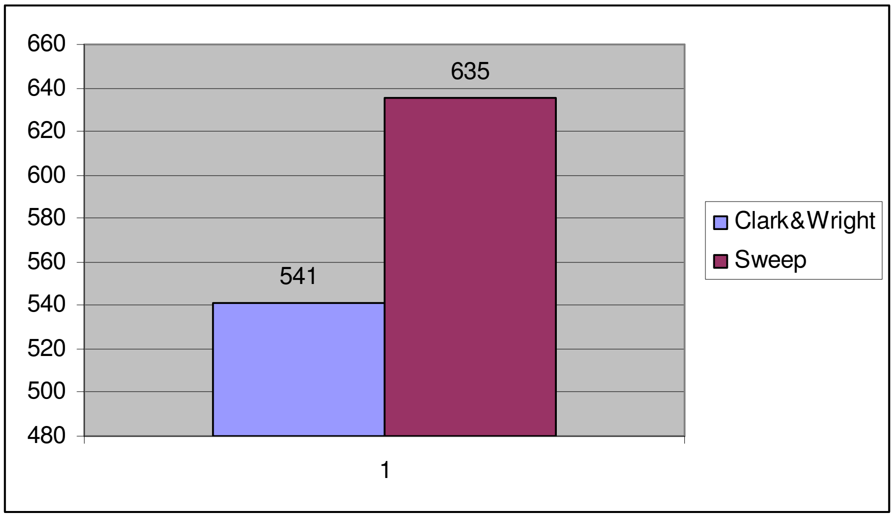
Sweep

244 km

214 km

<u>177 km</u>

635 km




Slika 47. Dijagramski prikaz razlike C&W i Sweep algoritma u km

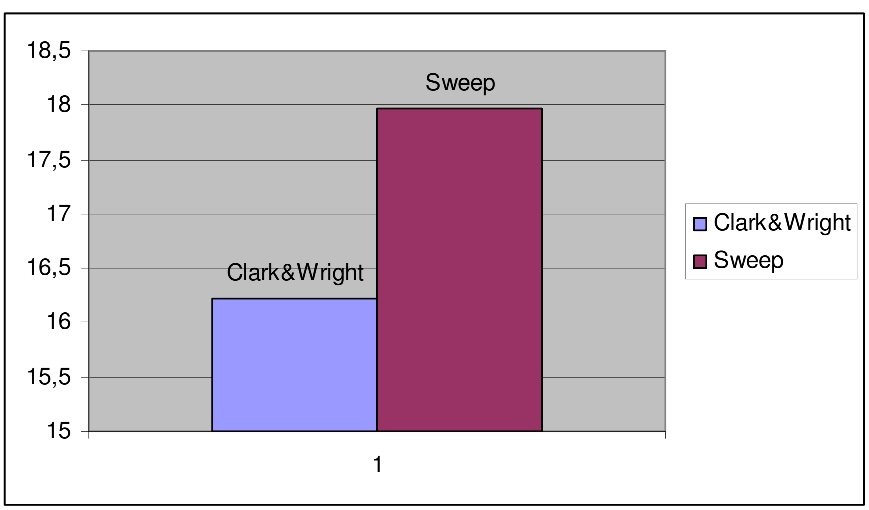
Ukupno vremensko trajanje ruta prema algoritmima:

C&W

7 h 37 min + 6 h 57 min + 1 h 39 min = 16 h 13 min

Sweep

6 h 46 min + 6 h 14 min + 4 h 58 min = 17 h 58 min




Slika 48. Dijagramski prikaz vremenskih razlika C&W i Swep algoritma

Prema potrošnji goriva vozila koja se koriste za određenu rutu:

| | |
|---|---|
| Caddy | 8 l/100 km |
| Transporter | 10 l/100 km |
| Boxer | 12 l/100 km |

C&W

| | | |
|---|---|---|
| Caddy | 24 km--- | 1,92 l |
| Transporter | 222 km--- | 22,2 l |
| Boxer | 295 km--- | 35,4 l |
| | | 59,52 l |

Sweep

| | | |
|---|---|---|
| Caddy | 458 km--- | 36,64 l |
| Transporter | 177 km--- | 17,7 l |
| | | 54,34 l |

# 5. ZAKLJUČAK

Zadatak ovog završnog rada je bio pokazati ulogu i značaj transporta u logistici, s posebnim naglaskom na jednu vrstu operativnih problema u transportu – usmjeravanje flote vozila.

U logističkim troškovima najviši udio zauzimaju troškovi transporta. Transport se može promatrati kroz više razina, tako da se i troškovi mogu promatarati kroz više razina. U ovom radu naglasak je stavljen na operativnu razini transporta. Na toj razini, koja se sastoji od po teoriji odlučivanja kratkoročnim odlukama, jedan od zadataka je i određivanje ruta za flotu vozila distribucijskog (ali i ostalih) poduzeća. Taj je problem u literaturi poznat kao problema usmjeravanja vozila-VRP.

U prvom dijelu rada predstavljeni su podproblemi VRP-a, sa pripadajućim algoritmima rješavanja. Pri tome se pokazalo da se algoritmi međusobno razlikuju s obzirom na različita ograničenja koja se javljaju u praksi.

U drugom dijelu rada opisana su dva najčešće korištena heuristička algoritma s ilustrativnim primjerom. To su Clark&Wrightov algoritam ušteda i Sweepov algoritam.

Konkretna primjena ovih algoritama napravljena je u nastavku rada na stvarnom transportnom problemu distribucijskog poduzeća UNIS Trgovina d.o.o. Iz tog primjera vidi se da VRP iz svakodnevne prakse nije jednostavan poblem. To je problem koji se ne pokorava doslovno algoritmima rješavanja. Za stvarne transportne probleme algoritmi su samo dijelomično iskoristivi. U primjeru poduzeća UNIS Trgovina d.o.o. problem je pojednostavljen do razine rješivosti postojećim heurističkim algoritmima, a nakon toga su rješenja provjerena s obzirom i na specifična ograničenjima koja sami algoritmi ne obuhvaćaju.

Problem usmjeravanja vozila je sve samo ne jednostavan problem. To je problem koji traži primjenu algoritama za rješavanje, ali i korištenje intuicije i iskustva da bi se dobilo rješenje dovoljno blizu optimalnom.

U suvremenom materijalističkom društvu uštede će biti sve važnije. Uštedama u transportu pridavat će se sve veća pažnja, tako da će se područje VRP-a sve više istraživati i razvijati.